DOI: 10.51984/SUCP.V4I2.4531

وقائع مؤتمرات جامعة سبها
Sebha University Conference Proceedings
Confrence Proceeeding homepage: http://www.sebhau.edu.ly/journal/CAS

تطبيق نموذج انحدار كوكس على بيانات القيد الجامعي في قسم الرياضيات - كلية التربية بأوباري (2008–2021)

محمد عبدالله السلهاب[1] و*محمد امراجع محمد[2] وعيسى عمر السرحاني[2]

[1]قسم الرياضيات ، كلية الآداب والعلوم، جامعة سبها، ليبيا
[2]قسم الاحصاء، كلية العلوم، جامعة سبها، ليبيا

الملخص

تهدف هذه الورقة البحثية إلى تطوير فهم معمق لمدى استمرار الطلاب في الدراسة بقسم الرياضيات بكلية التربية بأوباري من خلال تطبيق نموذج انحدار كوكس على بيانات القيد الجامعي للفترة الممتدة من ربيع 2008 حتى خريف 2021. يتمثل الهدف التطبيقي في استعراض الأسس والمفاهيم المتعلقة بتحليل مدة الاستمرار الأكاديمي وترسيخها بدراسة حالة عملية في قطاع التربية والتعليم. تتضمن الدراسة تحليل مدة بقاء 315 طالباً على مقاعد الدراسة خلال 26 فصلاً دراسياً متتالياً، بدءاً من تسجيلهم "ملتحقين" وحتى مغادرتهم المؤسسة (متخرجين أو متسربين). تم في هذه الورقة صياغة وتقدير نموذج انحدار كوكس باستخدام لغة البرمجةR ، باعتبار حالة الطالب (باقٍ/مغادر) وزمن البقاء متغيرين تابعين، والمتغيرات النوع، والجنسية، وتقديرات المعدل التراكمي كمتغيرات تفسيرية. وقد أظهرت نتائج تقدير النموذج وتشخيصه أن عامل النوع وعامل الجنسية ليسا لهما دلالة إحصائية معنوية على مدة بقاء الطالب. في المقابل، تبين أن لتقديرات المعدل التراكمي دلالة معنوية إحصائية على مدة الاستمرار الأكاديمي للطلاب في المؤسسة الجامعية، حيث يميل الطلاب ذوو التقديرات المرتفعة إلى البقاء لمدة أقصر، والعكس صحيح. تسلط هذه النتائج الضوء على أهمية الأداء الأكاديمي في تحديد مسار الطلاب وتوفر رؤى قيمة يمكن الاستفادة منها في تطوير استراتيجيات دعم الطلاب وتعزيز استمرارهم الأكاديمي.

الكلمات المفتاحية:

نموذج انحدار كوكس
الاقتطاع.
تقدير كابلان – ماير.
دالة البقاء.
دالة المخاطرة

Application of Cox Regression Model to Analyzing the Duration of Academic Continuation for University Enrollment Data in the Mathematics Department at the Faculty of Education in Ubari from 2008 to 2021

Mohammed A. Asselhab[1],*Mohamed Amraja Mohamed[2] and Aissa Assrhani

[1]Mathematics Department, Faculty of Education, Sebha University, Libya
[2]Statistical Department, Faculty of Science, Sebha University, Libya

ABSTRACT

This research paper aims to develop a deep understanding of the extent of student retention in the Mathematics Department at the Faculty of Education in Ubari by applying the Cox regression model to university enrollment data from Spring 2008 to Fall 2021. The practical objective is to review and solidify the foundations and concepts related to the analysis of academic retention duration through a case study in the education sector. The study includes analyzing the duration of stay of 315 students over 26 consecutive semesters, from their enrollment as "enrolled" until their departure from the institution (graduated or dropped out).

In this paper, a Cox regression model was formulated and estimated using the R programming language, considering the student's status (staying/leaving) and duration of stay as dependent variables, and gender, nationality, and cumulative GPA as explanatory variables.

The results of the model estimation and diagnostics showed that the gender and nationality factors do not have statistically significant effects on the student's duration of stay. In contrast, the cumulative GPA estimates showed a statistically significant effect on the students' academic persistence at the university, with students having higher GPAs tending to stay for shorter periods,

Keywords:

Cox Regression Model
Truncation.
Hazard function.
Kaplan-Meier estimator.
Survival function.

*Corresponding author:
E-mail addresses: moh.mohamed@sebhau.edu.ly,(M. A. Asselhab) moh.asselhab@sebhau.edu.ly ,(A. Assrhani) ais.assrhani@sebhau.edu.ly
Article History : Received 28 February 2025 - Received in revised form 15 April 2025 - Accepted 23 April 2025

and vice versa. These results highlight the importance of academic performance in determining students' trajectories and provide valuable insights that can be utilized in developing student support strategies and enhancing their academic persistence.

1. المقدمة Introduction :

يشكل الاستمرار الأكاديمي للطلاب حتى إتمام متطلبات التخرج في مؤسسات التعليم العالي، وخاصة في التخصصات الأساسية كتخصص الرياضيات، هدفاً استراتيجياً تسعى المؤسسات التعليمية لتحقيقه. ففهم العوامل التي تؤثر على مدة بقاء الطلاب على مقاعد الدراسة، سواء بالإكمال والتخرج أو بالانسحاب والتسرب، يمثل أساساً لتطوير سياسات وبرامج أكاديمية فعالة. وقد حظي تحليل هذه الديناميكيات الزمنية في سياق التعليم باهتمام متزايد في الأدبيات البحثية، حيث تم تطبيق أدوات إحصائية متقدمة لفهم مسارات الطلاب الأكاديمية.

في هذا الإطار، ظهر تحليل البقاء (Survival Analysis) كمنهجية إحصائية قوية لدراسة الوقت حتى وقوع حدث معين (Kleinbaum & Klein, 2004; Lee & Wang, 2002; Hosmer & Lemeshow, 2007). استُخدم تحليل البقاء في مجالات الطب والهندسة، ولكنه اتسع ليشمل العلوم الاجتماعية والتربوية،

وقد حظي موضوع تحليل البقاء في السياقات التعليمية باهتمام متزايد في الأدبيات البحثية. حيث استخدمت العديد من الدراسات نماذج إحصائية متقدمة لفهم ديناميكيات استمرار الطلاب. فعلى سبيل المثال، دراسة (Bean, 1980)قدمت نموذجاً شاملاً لتسرب الطلاب الجامعيين، مؤكدة على أهمية التفاعل الاجتماعي والأكاديمي في قرار الطالب بالبقاء أو المغادرة. وفي سياق مماثل، استكشفت دراسة (Tinto, 1993) نظرية الاندماج الاجتماعي والأكاديمي كإطار لفهم استبقاء الطلاب، مشددة على دور المؤسسة في تسهيل هذا الاندماج.

ومع تطور الأساليب الإحصائية، ظهرت تقنيات أكثر دقة لتحليل بيانات البقاء. ويعد نموذج كوكس النسبي للمخاطر (Cox Proportional Hazards Model, 1972)من الأدوات الإحصائية القوية التي شاع استخدامها في تحليل الوقت حتى وقوع حدث معين، مثل التخرج أو التسرب في سياقنا. وقد تم تطبيق هذا النموذج في العديد من الدراسات التعليمية لفحص تأثير مجموعة متنوعة من المتغيرات على بقاء الطلاب. على سبيل المثال، دراسة (Ishiyama, 2003)استخدمت نموذج كوكس لتحليل تأثير الخلفية الاجتماعية والاقتصادية على استمرار طلاب الأقليات في العلوم والهندسة والرياضيات.

إن الافتراض الخطي لتأثير بعض العوامل، مثل الأداء الأكاديمي أو الخلفية الاجتماعية والاقتصادية في نموذج كوكس النسبي قد لا يكون مناسباً دائماً في الواقع العملي. فقد يكون تأثير بعض العوامل على خطر التسرب أو احتمالية البقاء غير خطي ويتغير بمرور الوقت أو عبر مستويات مختلفة من المتغير. ولتفادي ذلك، تم تطوير نماذج كوكس اللاخطية (Non-linear Cox Models)التي تسمح بمرونة أكبر في نمذجة هذه العلاقات المعقدة (راجع على سبيل المثال دراسة (Verweij & Van Houwelingen, 1994) التي قدمت إطاراً عاماً للنماذج اللاخطية في تحليل البقاء). وقد بدأت بعض الدراسات الحديثة في استكشاف تطبيق النماذج اللاخطية في سياقات التعليم العالي لفهم أدق لتأثير العوامل المختلفة على استمرار الطلاب على سبيل المثال (دراسة (Zhang et al., 2018) التي استخدمت نماذج كوكس ذات تأثيرات زمنية متغيرة لفحص تطور تأثير العوامل على خطر التسرب.

تسعى هذه الورقة البحثية إلى المساهمة في سد الفجوة المعرفية من خلال تطبيق نموذج انحدار كوكس لتحليل بيانات القيد الجامعي للطلاب في قسم الرياضيات بكلية التربية بأوباري خلال الفترة من 2008 إلى 2021. سيتم استخدام لغة البرمجةR ، بما تحتويه من مكتبات متخصصة في تحليل البقاء مثل مكتبة survival (Therneau & Grambsch, 2000)، لتقدير وتشخيص النموذج وفهم طبيعة العلاقة بين متغيرات النوع، والجنسية، والمعدل التراكمي عند القبول، ومدة بقاء الطلاب على مقاعد الدراسة حتى التخرج أو التسرب. من خلال استكشاف التأثيرات الخطية وغير الخطية لهذه المتغيرات، كما نسعى الى توفير رؤى معمقة حول العوامل المؤثرة في المسار الأكاديمي لطلاب الرياضيات في هذا السياق المحدد، والذي بدوره قد يوجه جهود المؤسسة في تطوير استراتيجيات لدعم الطلاب وتعزيز استمرارهم الأكاديمي وتقليل معدلات التسرب.

2. الإطار النظري:(Theoretical Framework)

في الأدبيات يندرج تحليل مدة الاستمرار الأكاديمي للطلاب ضمن إطار أوسع يعرف بتحليل البقاء(Survival Analysis) ، وهو مجموعة من الأساليب الإحصائية المستخدمة لدراسة الوقت حتى وقوع حدث معين (Kleinbaum & Klein, 2004)، نشأ تحليل البقاء في سياق العلوم الطبية لدراسة الوقت حتى الوفاة أو الشفاء، كما استُخدم في علم السكان (Demography) من خلال جداول الحياة لتحليل معدلات البقاء والوفاة والتنبؤ بالتغيرات السكانية (Preston et al., 2001). وقد امتد نطاق تطبيقات تحليل البقاء ليشمل مجالات متنوعة مثل علم الأحياء، والتمويل (لدراسة وقت التعثر المالي)، والهندسة (لتحليل وقت فشل الأنظمة)، وعلم الاجتماع (لدراسة مدة البقاء في حالة اجتماعية معينة)، وأخيراً، التربية والتعليم (Lee & Wang, 2002).

في سياق التعليم العالي، يمثل تحليل البقاء أداة قيمة لفهم المدة الزمنية التي يقضيها الطلاب في البرامج الأكاديمية حتى تحقيق حدث معين، والذي يتم تعريفه في هذه الدراسة إما بالتخرج (حدث النجاح) أو بالانسحاب والتسرب (حدث الفشل). بدلاً من التركيز على ما إذا كان الطالب قد تخرج أو تسرب فقط، يتيح تحليل البقاء دراسة متى يحدث ذلك، والعوامل التي تؤثر على طول هذه المدة. الفكرة الأساسية تكمن في تحليل البيانات التي تأخذ في الاعتبار عامل الزمن، بدءاً من نقطة زمنية محددة (في هذه الدراسة، تاريخ التحاق الطالب بالجامعة) وحتى وقوع الحدث أو نهاية فترة الملاحظة (Allison, 2010).

يتضمن تحليل البقاء تقدير وظائف مختلفة تصف احتمالية وقوع الحدث بمرور الوقت، مثل دالة البقاء (Survival Function) التي تعبر عن احتمالية عدم وقوع الحدث حتى زمن معين، ودالة المخاطرة (Hazard Function) التي تمثل المعدل اللحظي لوقوع الحدث في فترة زمنية معينة بشرط عدم وقوعه قبل ذلك (Hosmer & Lemeshow, 2007). من بين النماذج الإحصائية المستخدمة في تحليل البقاء، يبرز نموذج كوكس النسبي للمخاطر (Cox Proportional Hazards Model)كأداة قوية لدراسة تأثير متغيرات مستقلة متعددة على خطر وقوع الحدث.(Cox, 1972)

1.2 نماذج تحليل البقاء:(Survival Models)

في العديد من الحالات، لا تتبع بيانات الزمن حتى وقوع حدث ما التوزيع الطبيعي، مما يجعل تطبيق النماذج الخطية التقليدية غير مناسب أو حتى مستحيلاً. هذا يستدعي استخدام أساليب إحصائية لا معلمية (Non-parametric methods) لدراسة هذه الظواهر. الميزة الأساسية لهذه الأساليب هي قدرتها على فحص العلاقة بين الزمن حتى وقوع الحدث ومتغير واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة، بغض النظر عن طبيعة هذه المتغيرات (سواء كانت كمية، أو نوعية، أو مختلطة). ومن بين أهم الأساليب المستخدمة في تحليل البقاء يبرز نموذج انحدار كوكس (Cox Regression Model)، الذي يتميز بتطبيقات واسعة في مختلف المجالات نظراً لمرونته وقدرته على التعامل مع البيانات الخاضعة للرقابة (censored data) (Cox, 1972; Therneau & Grambsch, 2000).

تعتبر نماذج تحليل البقاء الأدوات الأساسية في دراسة البيانات التي يكون فيها المتغير محل الاهتمام هو الوقت حتى وقوع حدث معين. وكما ذكرنا سابقاً، فإن تطبيقات هذه النماذج تتجاوز المجال الطبي التقليدي لتشمل طيفاً واسعاً من التخصصات التي يكون فيها للعامل الزمني دور محوري في تحليل الظواهر. في سياقنا التعليمي، يمكن أن يكون الحدث هو التخرج بنجاح أو الانسحاب من البرنامج الدراسي.

يمكن تصنيف نماذج تحليل البقاء إلى فئتين رئيسيتين :النماذج اللا معلمية (Non-parametric Models)و النماذج شبه المعلمية (Semi-parametric Models)و النماذج المعلمية.(Parametric Models)

- **النماذج اللا معلمية** :لا تفترض هذه النماذج أي شكل توزيعي محدد لبيانات البقاء. بدلاً من ذلك، تعتمد على تقدير دالة البقاء ودالة المخاطرة بشكل مباشر من البيانات. من أبرز الأمثلة على هذه النماذج تقدير كابلان-مايير(Kaplan-Meier Estimator) ، الذي يستخدم لتقدير دالة البقاء وتقديم تمثيل مرئي لاحتمالية بقاء الأفراد في الدراسة حتى أزمنة مختلفة، و اختبار لوغ رتبة(Log-Rank Test) ، الذي يستخدم لمقارنة منحنيات البقاء بين مجموعات مختلفة. هذه النماذج مفيدة بشكل خاص في المراحل الأولية من التحليل الاستكشافي للبيانات.
- **النماذج شبه المعلمية** :يمثل نموذج كوكس النسبي للمخاطر Cox) (Proportional Hazards Modelالنموذج شبه المعلمي الأكثر استخداماً في تحليل البقاء .(Cox, 1972) يتميز هذا النموذج بقدرته على نمذجة تأثير المتغيرات المستقلة على خطر وقوع الحدث دون الحاجة إلى تحديد شكل توزيعي أساسي لزمن البقاء. يفترض النموذج أن نسب المخاطر بين مجموعات مختلفة تظل ثابتة بمرور الوقت. معاملات النموذج تعكس مدى تأثير كل متغير على خطر وقوع الحدث، معبراً عنها بنسبة الخطر .(Hazard Ratio)إذا كانت نسبة الخطر أكبر من 1، فإن المتغير يزيد من خطر وقوع الحدث؛ وإذا كانت أقل من 1، فإنه يقلل من الخطر.
- **النماذج المعلمية** :على عكس النماذج اللا معلمية وشبه المعلمية، تفترض النماذج المعلمية توزيعاً احتمالياً محدداً لبيانات البقاء. تشمل التوزيعات الشائعة المستخدمة في هذا السياق توزيعات مثل التوزيع الأسي(Exponential) ، وتوزيع وايبل(Weibull) ، وتوزيع جاما (Gamma)، والتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي .(Log-Normal) يتطلب اختيار التوزيع المناسب معرفة مسبقة بخصائص البيانات أو إجراء اختبارات ملاءمة التوزيع. توفر النماذج المعلمية تقديرات لمعلمات التوزيع، مما يمكن أن يوفر تفسيرات أكثر تفصيلاً للعلاقات بين المتغيرات وزمن البقاء، ولكنها تكون حساسة لاختيار التوزيع الخاطئ.

2.2 المفاهيم الأساسية في تحليل البقاء (Main Concepts in Survival Analysis):

يتطلب فهم وتطبيق تحليل البقاء الإلمام بمجموعة من المفاهيم الأساسية التي تشكل اللبنة الأساسية لهذه المنهجية الإحصائية. في هذا الجزء، سنستعرض أهم هذه المفاهيم ذات الصلة بدراستنا حول مدة الاستمرار الأكاديمي للطلاب.

- **أصل الوقت :(Time Origin)** يمثل النقطة الزمنية التي يبدأ عندها قياس فترة البقاء لكل فرد في الدراسة، ويعتبر بمثابة "الوقت صفر". في سياق هذه الدراسة، فإن أصل الوقت هو تاريخ تسجيل ودخول الطالب إلى قسم الرياضيات بكلية التربية بأوباري وبدء جلوسه على مقاعد الدراسة .من المهم ملاحظة أن أصل الوقت قد يختلف بين الأفراد المشاركين في الدراسة، حيث لم يلتحق جميع الطلاب بالجامعة في نفس الفصل الدراسي أو العام الأكاديمي.
- **فترة الوقت :(Time Interval)** هي الوحدة الزمنية التي يتم بها قياس مدة البقاء. عادةً ما يتم قياس فترة الوقت بوحدات زمنية حقيقية Clock Time)أو (Real Time مثل الأيام، أو الشهور، أو السنوات. وفي هذه الدراسة، سيتم قياس فترة الوقت بوحدة الفصول الدراسية (Semesters)التي يقضيها الطالب في الدراسة قبل مغادرته المؤسسة. يمكن اعتبار هذه الوحدة الزمنية بمثابة "العمر الأكاديمي" للطالب داخل البرنامج الدراسي.
- **الحدث :(Event)** هو النتيجة التي يتم دراسة الوقت حتى وقوعها. في هذه الدراسة، يعرف الحدث بـ "المغادرة "(Departure) من المؤسسة التعليمية، سواء كانت هذه المغادرة نتيجة التخرج (Graduation) بنجاح واستيفاء متطلبات البرنامج، أو نتيجة الانسحاب والتسرب (Withdrawal/Dropout)قبل إكمال الدراسة.
- **زمن البقاء :(Survival Time)** هو المدة الزمنية المنقضية من أصل الوقت (تاريخ الالتحاق) حتى وقوع الحدث (التخرج أو التسرب). بالنسبة للطلاب الذين لم يغادروا المؤسسة بحلول نهاية فترة الدراسة المحددة (خريف 2020-2021)، فإن زمن بقائهم يعتبر خاضعاً للرقابة .(Censored)وهذا يعني أننا نعرف أنهم بقوا في الدراسة لفترة معينة، لكننا لا نعرف متى سيقع الحدث بالنسبة لهم (قد يتخرجون لاحقاً أو يتسربون). من البديهي أن احتمال البقاء على الأقل لفصل دراسي واحد عند الوقت صفر يساوي واحداً (جميع الطلاب يبدأون الدراسة)، بينما يقترب احتمال البقاء من الصفر مع مرور الوقت وازدياد احتمالية المغادرة.
- **نموذج انحدار كوكس :(Cox Regression Model)** يعتبر أحد أكثر الأساليب استخداماً في تحليل البقاء، وهو نموذج إحصائي يتعامل مع بيانات الزمن حتى وقوع حدث معين. يتميز هذا النموذج بقدرته على نمذجة تأثير متغيرات مستقلة متعددة على خطر وقوع الحدث دون الحاجة إلى تحديد توزيع احتمالي محدد لزمن البقاء .(Cox, 1972) يعتبر نموذج كوكس من نماذج الأخطار النسبية Proportional Hazards) (Models، ويفترض أن نسبة الخطر بين مجموعات مختلفة تظل ثابتة بمرور الوقت. يستخدم هذا النموذج على نطاق واسع في مختلف المجالات، بما في ذلك تحليل البقاء في المؤسسات التعليمية لفهم

العوامل المؤثرة على مدة بقاء الطلاب .(Ishiyama, 2003) يعتبر نموذج كوكس مناسباً بشكل خاص لتحليل البيانات التي تتضمن متغير استجابة ثنائي (بقاء/مغادرة) وزمن البقاء، بالإضافة إلى متغيرات تفسيرية متنوعة، مما يتيح تحديد عوامل الخطر أو الحماية المرتبطة بمدة الاستمرار الأكاديمي.

3.2 دالة البقاء:(Survival Function)

تعرف دالة البقاء(Survival Function) ، والتي يُشار إليها بالرمز $\left(S\left(t\right)\right)$ ، بأنها احتمالية أن يبقى الفرد (في سياقنا، الطالب) في الدراسة لفترة زمنية أطول من زمن محدد .(t) بعبارة أخرى، هي احتمالية عدم وقوع الحدث (المغادرة) حتى الزمن .(t) تمثل دالة البقاء الاحتمال التراكمي للبقاء على قيد الدراسة بعد فترة زمنية معينة. يمكن أيضاً الإشارة إلى دالة البقاء بدالة الموثوقية (Reliability Function) في سياقات أخرى (Kleinbaum & Klein, 2004).

رياضياً، تُعرّف دالة البقاء على النحو التالي:

$$\mathbf{S(t) = P(T > t)}$$

حيث:

- $\left(S\left(t\right)\right)$ هي دالة البقاء عند الزمن $\left(t\right)$.
- $\left(T\right)$ هو متغير عشوائي يمثل زمن البقاء (الوقت حتى وقوع الحدث).
- $\left(P\left(T > t\right)\right)$ هو الاحتمال بأن زمن البقاء $\left(T\right)$ أكبر من الزمن المحدد.(t)

تتراوح قيمة دالة البقاء بين 0 و1، وتتميز بالخصائص التالية:

- عند الزم $\left(t = 0\right)$ تكون احتمالية البقاء في بداية الدراسة هي 1، أي $\left(S\left(0\right) = 1\right)$ يفترض أن جميع الأفراد (الطلاب) يبدون الدراسة في الوقت $\left(t = 0\right)$.
- مع ازدياد الزمن $\left(t\right)$ تميل دالة البقاء إلى الانخفاض بشكل غير متزايد، حيث تقل احتمالية بقاء الأفراد في الدراسة مع مرور الوقت.
- عند الزمن $(t \to \infty)$ تقترب دالة البقاء من الصفر، أي $(\lim_{t\to\infty} S(t) = 0)$ ، مما يعني أنه مع مرور وقت طويل بما فيه الكفاية، سيقع الحدث (المغادرة) لجميع الأفراد في النهاية.

ويتم ايجادها كالتالي:

$$S(t) = p(T \geq t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(x)dx \ , t \geq 0 \quad (1)$$

$$f(t) = \frac{d\,F(t)}{d(t)} = \frac{d}{d(t)}(1 - S(t))$$

$$= -S'(t) = -\frac{dS(t)}{d(t)} \quad (2)$$

$$\frac{dS(t)}{d(t)} = -f(t) \quad (3)$$

4.2 دالة المخاطرة:(Hazard Function)

تعرف دالة المخاطرة(Hazard Function) ، ويُشار إليها بالرمز $\left(h\left(t\right)\right)$ ، بأنها المعدل اللحظي أو الحالي لوقوع الحدث (المغادرة) عند زمن $\left(t\right)$ ، بشرط أن يكون الفرد (الطالب) قد بقي في الدراسة حتى ذلك الزمن .بمعنى آخر، هي احتمالية وقوع الحدث في فترة زمنية قصيرة جداً (Δt) بعد الزمن $\left(t\right)$ ، مقسومة على طول تلك الفترة، ومع الأخذ في الاعتبار أن الفرد لم يتعرض للحدث قبل الزمن .(Rodriguez, 2010) تُعرف دالة المخاطرة أيضاً بمعدل الخطر (Hazard Rate) أو المعدل اللحظي للوفاة (في السياقات الطبية).

رياضياً، تُعرّف دالة المخاطرة على النحو التالي:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{p(t < T < \Delta t \mid T > t)}{\Delta t} = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{-S'(t)}{S(t)} \quad (4)$$

حيث:

- $\left(h\left(t\right)\right)$ هي دالة المخاطرة عند الزمن $\left(t\right)$.
- $\left(T\right)$ هو متغير عشوائي يمثل زمن البقاء.
- $(P(t \leq T < t + \Delta t \mid T \geq t))$ هو الاحتمال الشرطي لوقوع الحدث في الفترة الزمنية $((t, t + \Delta t))$ بشرط أن يكون الفرد قد بقي حتى الزمن $\left(t\right)$.
- (Δt) هو فترة زمنية قصيرة جداً تقترب من الصفر.

يمكن أيضاً التعبير عن دالة المخاطرة بدلالة دالة البقاء $\left(\mathbf{S(t)}\right)$ ودالة كثافة الاحتمال للفشل $\left(\mathbf{f(t)}\right)$ على النحو التالي:

$$\mathbf{h(t) = S(t)f(t)}$$

حيث:

- $(f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dS(t)}{dt})$

هي دالة كثافة الاحتمال للفشل (وقوع الحدث) عند الزمن $\left(t\right)$ ، وهي مشتقة دالة التوزيع التراكمي للفشل $\left(F\left(t\right) = 1 - S\left(t\right)\right)$.

تمثل دالة المخاطرة معدل الخطر الفوري لوقوع الحدث عند نقطة زمنية معينة. يمكن أن تكون دالة المخاطرة ثابتة، أو متزايدة، أو متناقصة، أو غير رتيبة بمرور الوقت، مما يعكس الديناميكيات المختلفة لاحتمالية المغادرة في مراحل مختلفة من الدراسة.

في تحليل انحدار كوكس، يتم نمذجة دالة المخاطرة بدلالة مجموعة من المتغيرات التفسيرية. ويفترض نموذج كوكس النسبي للمخاطر أن نسبة المخاطرة بين مجموعتين ذات قيم مختلفة للمتغيرات التفسيرية تظل ثابتة بمرور الوقت.

5.2 دالة المخاطرة التراكمية (Cumulative Hazard function).

تعرف دالة المخاطرة التراكمية(Cumulative Hazard Function) ، ويُشار إليها بالرمز $\left(H\left(t\right)\right)$ ، بأنها مجموع المخاطر التي تراكمت حتى الزمن .(t) بمعنى آخر، هي مقياس للخطر الكلي لوقوع الحدث (المغادرة) حتى الزمن .(t) ترتبط دالة المخاطرة التراكمية بدالة البقاء ((S(t)) بعلاقة لوغاريتمية عكسية (Kleinbaum & Klein, 2004).

رياضياً، تُعرّف دالة المخاطرة التراكمية على أنها التكامل لدالة المخاطرة $\left(H\left(t\right)\right)$ من الزمن 0 حتى الزمن $\left(t\right)$.

$$H(t) = \int_0^t h(t)\,dx$$

$$= \int_0^t \frac{f(x)}{S(x)}\,dx$$

$$= -\int_0^t \frac{1}{S(x)}\left\{\frac{d}{dx}S(x)\right\}dx = -\ln(S(t))$$

بناء على ما سبق فان:

$$S(t) = \exp(-H(t)) \qquad (5)$$

$$F(t) = 1 - \exp(-H(t)) \qquad (6)$$

بالاشتقاق نحصل على دالة الخطر العامة (مصطفى، 2012):

$$f(t) = h(t).\exp(-H(t)) \qquad (7)$$

6.2 الاحتواء:(Censoring)

تتميز بيانات زمن البقاء بوجود ما يعرف بـ "الاحتواء"(Censoring) ، وهو مفهوم أساسي يجب فهمه والتعامل معه بشكل صحيح لضمان دقة التحليل. يشير الاحتواء إلى حالة عدم معرفة زمن وقوع الحدث بالضبط لبعض الأفراد (الطلاب في سياقنا) خلال فترة الدراسة .(Allison, 2010; Filler, 2004) إن تجاهل أو إهمال المشاهدات المختفية يمكن أن يؤدي إلى تحيزات كبيرة في تقديرات البقاء والمخاطر.

يحدث الاحتواء عندما لا يتم ملاحظة الحدث محل الدراسة لبعض الأفراد خلال فترة المتابعة. قد يكون لدينا معلومات جزئية عن زمن بقائهم، ولكننا لا نعرف متى وقع الحدث بالضبط. الشرط الأساسي في التعامل مع البيانات المختفية هو افتراض أن الاحتواء مستقل وغير مرتبط بخطر وقوع الحدث (التلباني، 2011). بمعنى آخر، يجب ألا يكون سبب الاحتواء مرتبطاً باحتمالية التخرج أو التسرب.

هناك أنواع مختلفة من الاحتواء، ولكن الاحتواء الأيمن (Right Censoring) هو الأكثر شيوعاً في بيانات البقاء، وخاصة في الدراسات التي تتابع الأفراد لفترة زمنية محددة. يحدث الاحتواء الأيمن عندما يكون زمن البقاء الفعلي للفرد أطول من الوقت الذي تم فيه ملاحظته آخر مرة. يمكن أن يحدث الاحتواء الأيمن لعدة أسباب، منها:

- عدم وقوع الحدث خلال فترة الدراسة :يظل بعض الطلاب مسجلين ويدرسون في قسم الرياضيات بكلية التربية بأوباري حتى نهاية فترة جمع البيانات (خريف 2020-2021) دون أن يتخرجوا أو يتسربوا. في هذه الحالة، نعرف أن زمن بقائهم على الأقل هو طول فترة الدراسة، لكننا لا نعرف متى سيقع الحدث (تخرج أو تسرب) في المستقبل.
- فقدان المتابعة :قد يتعذر على الباحثين متابعة بعض الطلاب لأي سبب من الأسباب (مثل انتقالهم إلى جامعة أخرى ولم يتم الحصول على معلومات حول وضعهم). في هذه الحالة، نعرف أنهم بقوا في الدراسة حتى آخر وقت تم الاتصال بهم، ولكن مصيرهم بعد ذلك غير معلوم.
- انتهاء الدراسة :يقرر الباحث إنهاء فترة جمع البيانات عند نقطة زمنية محددة. الطلاب الذين لم يقع لهم الحدث بحلول هذا الوقت يعتبر زمن بقائهم خاضعاً للرقابة اليمنى.

من المهم أن ندرك أن تحليل البقاء مصمم خصيصاً للتعامل مع البيانات الخاضعة للرقابة. تتضمن الأساليب الإحصائية المستخدمة، مثل تقدير كابلان-ماير ونموذج كوكس، آليات للتعامل مع هذه المشاهدات المختفية دون استبعادها، مما يسمح بتقديرات غير متحيزة لمعلمات البقاء والمخاطر (Therneau & Grambsch, 2000).

3. المنهجية والإحصاءات

تم الحصول على بيانات الدراسة من السجلات الأكاديمية لقسم الرياضيات بكلية العلوم والتربية بأوباري حيث شملت الدراسة بيانات 315 طالب وطالبة في الفترة من خريف العام الدراسي 2009/2008 إلى ربيع العام الدراسي 2021/2020.

ولتحقيق أهداف الدراسة، تم استخدام برنامج R، (مرجع) من خلال مكتبة Survival، المتخصصة في تحليل بيانات البقاء، وذلك لتوفير أدوات متقدمة تساهم في فهم العوامل المؤثرة على معدل البقاء.

لقد تم تصميم ثلاث مجموعات من البرامج، حيث كل مجموعة تهدف إلى معالجة جانب محدد من جوانب الدراسة، مما يضمن تحقيق للأهداف البحثية المطروحة. سيتم استعراض نتائج تلك البرامج بالتفصيل والمناقشة والتحليل وكما يلي:

جدول (1): متغيرات الدراسة.

Variable	المتغير	البيان
Serial	الافراد	رقم تسلسلي
Time	مدة البقاء	متغير كمي
Gender	جنس الطالب	نوعي (1: ذكر، 2 : انثي)
Classification	التصنيف	(1: مستمر،2: متخرج، 3: متسرب)
GPA	المعدل العام	كمي (0 – 100)

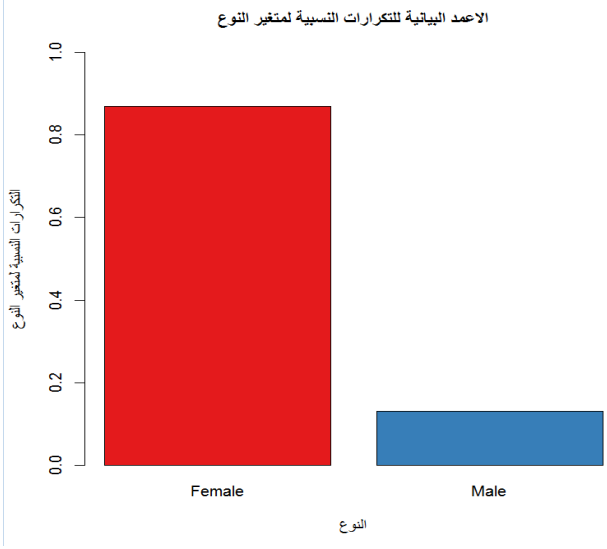
جدول (2): عرض لهيكلية مصفوفة بيانات الدراسة (المتغيرات والمشاهدات).

Serial	Time	Gender	Classification	GPA
1	6	2	3	14.48
2	10	2	2	54.68
3	9	2	2	67.69
4	5	2	3	24.70
5	5	2	3	22.67
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
315	6	2	1	74.67

4. النتائج والمناقشة Results and Discussions.

جدول (3) توزيع الطلاب وفقا لجنس الطالب Gender:

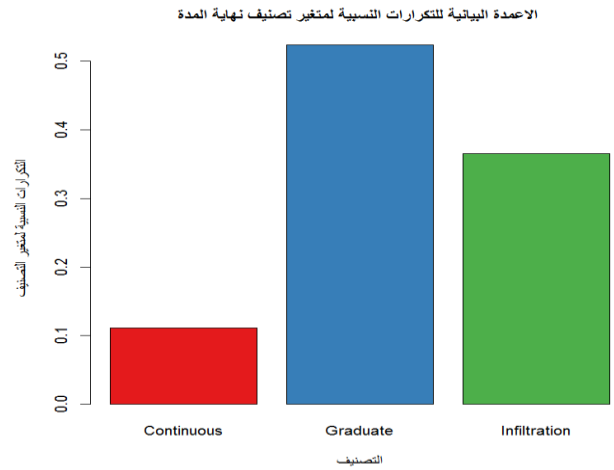
النوع	العدد	%
طالب	41	10
طالبة	274	90
المجموع	**315**	**100**



شكل (1): توزيع الطلاب وفقا لجنس الطالب

جدول (4) توزيع الطلاب وفقا للتصنيف Classifications:

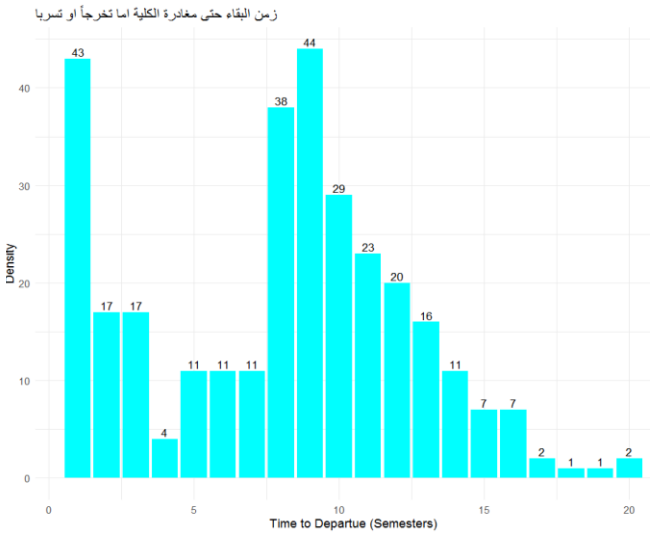
التصنيف	العدد	%
خريجين	165	50
متسربين	115	40
مستمرين	35	10
المجموع	**315**	**100**



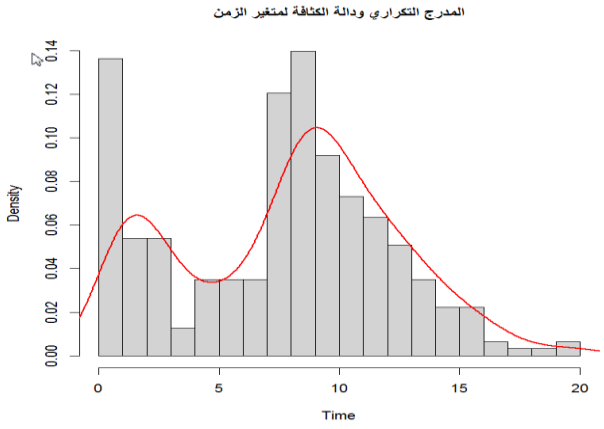
شكل (2): توزيع الطلاب وفقا للتصنيف.

جدول (5): الاعمار الأكاديمية للطلاب (مدة البقاء) حين مغادرة الكلية.

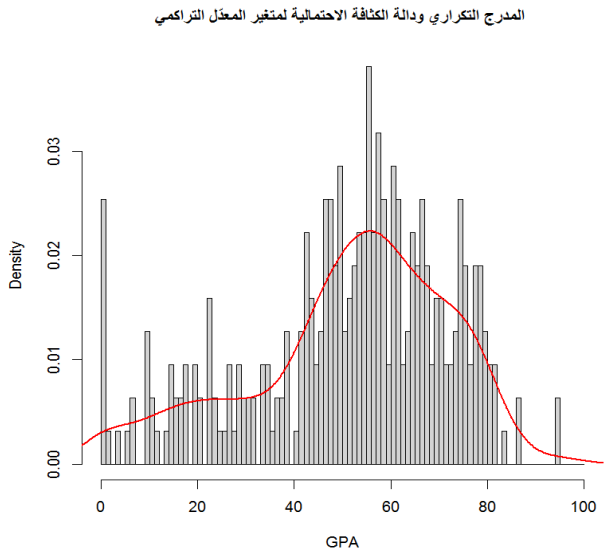
العمر	العدد	%
1	43	13.7
2	17	5.4
3	17	5.4
4	4	1.3
5	11	3.5
6	11	3.5
7	11	3.5
8	38	12.1
9	44	14.0
10	29	9.2
11	23	7.3
12	20	6.3
13	16	5.1
14	11	3.5
15	7	2.2
16	7	2.2
17	2	0.6
18	1	0.3
19	1	0.3
20	2	0.6
المجموع	315	100



شكل (3): الاعمار الاكاديمية عند وقوع حدث المغادرة.



شكل (4): توزيع الطلاب وفقا لمتغير الزمن.



شكل (5): توزيع الطلاب وفقا لمتغير المعدّل العام.

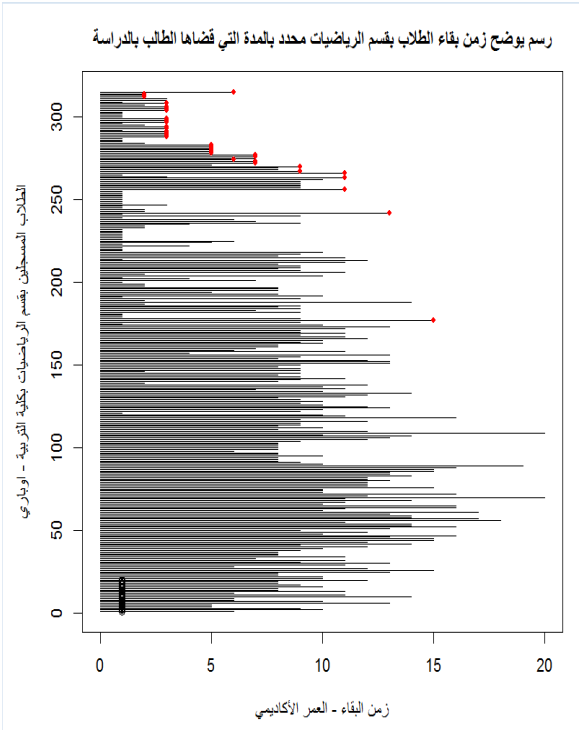
تحليل البقاء Survival Analysis.

تحديد حالة الطلبة Survival object:

```
 [1]  6 10  9  5  5 13 10  6  6 14 11  6 11  8  8 10  9  8
[19]  8 12 10 10  8  8 13 15 12  6 11 13  9 11  7 11  8  8
[37]  8  9 10 12  9 14 12 15 15 13 16 10 12  9 13 16 14 14
[55] 11 18 17 14 14 13 17 10 11 16 16 10 11 14 11 20 12 16
[73] 10 10 10 15 12 12 12 13 12 12 14 13 13 15 15 16 19 10
[91]  9  8  8  8 10  8  8  6  8  8  8  8  8  9 12 13 14 10
109] 20 12  8 10  8  9  9 12  9 16 11 10  1  9 10 13 12 10
127]  9 10  9  8 11 12 14 10  7 11 10 12  2  8  9 11  9  8
145]  9  2  9  9  8  9 13 13 12  8  9 13  4 11  6  7  8  8
163] 10  9 10 12 11  9 11  9  9 11 13 10  1  9 15+ 9  1  1
181]  1  9  7  9  8  9  2 14  2  9  1 10  8  5  8  8  8  2
199]  2  1  7  4  1 10  2 11  9  8  9  9  8 11 12  1 11  8
217]  9 10  1  1  1  4  1  5  6  1  1  1  1  1  1  1  2  2
235]  4  9  7  6  1  9  1 13+ 2  2  1  1  3  1  1  1  1  1
253]  1  1  1 11+ 9  9  9  9  9 10 11+ 3  1 11+ 9+ 8  8  9+
271]  5 7+ 7+ 6+ 7 7+ 7+ 5+ 5+ 5+ 5+ 5+ 5+ 2  1  1  1 3+
289] 3+ 3+ 3+  1 3+ 3+  2  1 3+ 3+ 3+  1  1  1  1 3+ 3+ 3+
307]  2 3+  1  3  3 2+ 2+ 2+ 6+
```

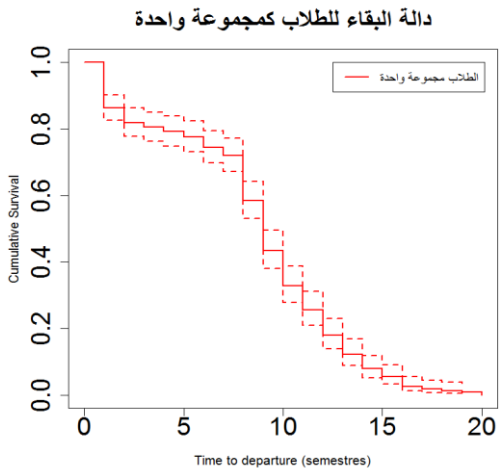
جدول (6): توزيع حالة الطالب في نهاية المدة.

من خلال شكل (6): الحالة في نهاية المدة، القيمة تشير الى العمر الأكاديمي، الأرقام المميزة بأعلى يمنها بعلامة (+) فإنها تشير الى ان المفردة ما زالت باقية على مقاعد الدراسة، اما الأرقام الغير مميزة فإنها تشير الى مغادرة المؤسسة التعليمية.



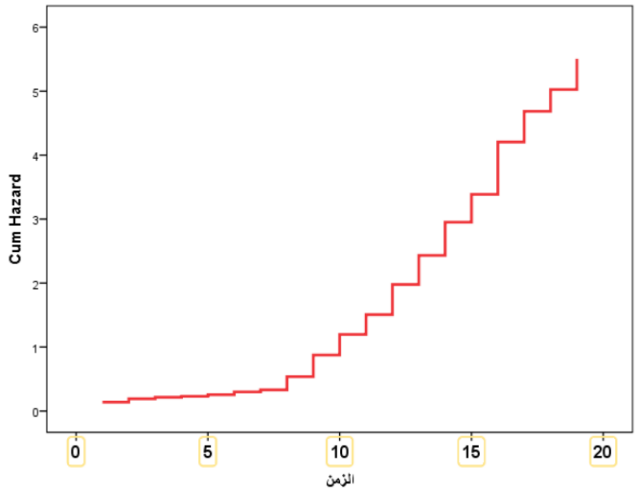
شكل (7): زمن بقاء الطلاب على مقاعد الدراسة.

شكل (7): يمثل ازمنة بقاء طلاب القسم على مقاعد الدراسة من التسجيل حتى المغادرة مقاسة بالفصول الدراسية حتى وقوع حدث المغادرة، الطلاب المميزين بنقطة حمراء هم لايزالون مستمرون على مقاعد الدراسة.



شكل (7): تقدير كابلان-ماير لدالة بقاء الطلاب كمجموعة واحدة مقرون بفترة ثقة.

نلاحظ من خلال شكل (7): ان الدالة تناقصية متدرجة عبر زمن البقاء. فاحتمال البقاء يتناقص عبر مرور الزمن .Decreasing stepwise function الدالة تساوي واحد عند الزمن صفر، وتساوي صفر عند الزمن مالا نهاية.



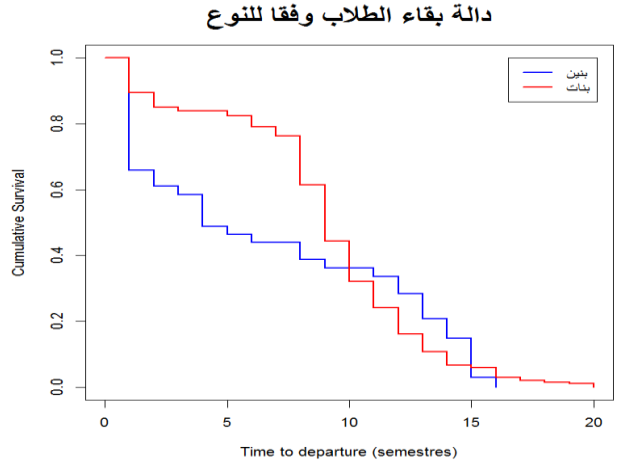
شكل (8): تقدير كبلان - ماير لدلة المخاطرة.

من شكل (8) نلاحظ ان دالة المخاطرة تزايديه بالتدرج عبر زمن البقاء فاحتمال المغادرة يزداد عبر مرور الزمن Increasing stepwise function الدالة تساوي صفر عند الزمن صفر.

جدول (7): جدول الحياة للطلاب كمجموعة واحدة.

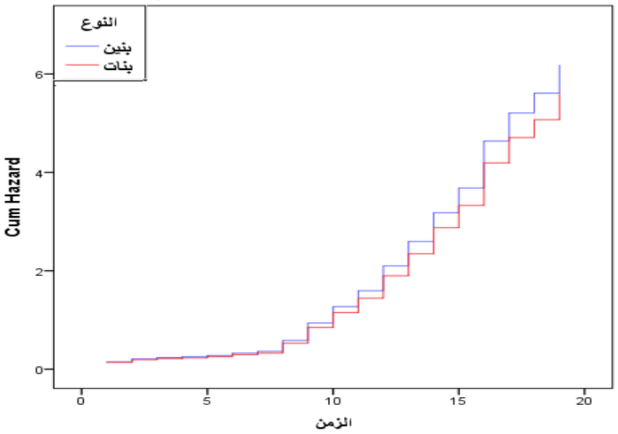
time	n.risk	n.event	survival	std.err	lower 95% CI	upper 95% CI
1	315	43	0.86349	0.01934	0.82640	0.9023
2	272	14	0.81905	0.02169	0.77762	0.8627
3	255	4	0.80620	0.02228	0.76369	0.8511
4	238	4	0.79265	0.02291	0.74899	0.8389
5	234	5	0.77571	0.02364	0.73073	0.8235
6	223	9	0.74441	0.02489	0.69719	0.7948
7	212	7	0.71983	0.02574	0.67111	0.7721
8	201	38	0.58374	0.02883	0.52989	0.6431
9	163	42	0.43333	0.02929	0.37957	0.4947
10	119	29	0.25490	0.02795	0.27727	0.3874
11	90	20	0.17881	0.02606	0.20862	0.3114
12	67	20	0.12174	0.02318	0.13869	0.2305
13	47	15	0.07854	0.01992	0.08834	0.1678
14	31	11	0.07854	0.01657	0.05194	0.1188
15	20	6	0.05498	0.01412	0.03324	0.0909
16	13	7	0.02538	0.01001	0.01171	0.0550
17	6	2	0.01692	0.00827	0.00649	0.0441
18	4	1	0.01269	0.00720	0.00417	0.0386
19	3	1	0.00846	0.00592	0.00215	0.0333
20	2	2	0.00000	NaN	NA	NA

تقدير دالة البقاء للطلاب كمجموعتين مستقلتين وفقا للنوع:



شكل (13):تقدير كبلان-ماير لدالة بقاء الطلاب كمجموعتين مستقلتين بناء على النوع.

تقدير دالة المخاطرة للطلاب كمجموعتين مستقلتين وفقا للنوع:



شكل (9): تقدير كبلان-ماير لدالة المخاطرة لبقاء كمجموعتين مستقلتين بناء النوع.

من خلال شكل (9) يبدو ان دالة احتمال المغادرة بالنسب للبنين مشابهة لدالة احتمال مغادرة البنات، ومنه قد نستنتج ان عامل النوع ليس له دلالة معنوية في بقاء الطلاب على مقاعد الدراسة بالقسم، ومنه يتطلب الامر اجراء اختبار للتحقق من ذلك.

جدول (8): جدول الحياة للطلاب كمجموعتين مستقلتين وفق النوع (البنين).

time	n.risk	n.event	survival	std.err	lower 95% CI	upper 95% CI
1	274	29	0.89416	0.01858	0.85847	0.9313
2	245	12	0.85036	0.02155	0.80916	0.8937
3	230	3	0.83927	0.02220	0.79687	0.8839
4	214	4	0.82359	0.02313	0.77948	0.8702
5	204	8	0.79129	0.02488	0.74399	0.8416
6	194	7	0.76274	0.02622	0.71304	0.8159
8	184	36	0.61351	0.03070	0.55620	0.6767
9	148	41	0.44355	0.03165	0.38565	0.5101
11	105	29	0.24078	0.02999	0.26733	0.3856
12	76	19	0.16052	0.02757	0.19238	0.3014
13	54	18	0.10701	0.02401	0.11973	0.2152
14	36	12	0.06688	0.02038	0.07368	0.1554
15	24	9	0.05797	0.01655	0.04118	0.1086
16	15	2	0.02898	0.01550	0.03432	0.0979
17	12	6	0.01932	0.01141	0.01340	0.0627
18	6	2	0.01449	0.00943	0.00742	0.0503
19	4	1	0.00966	0.00822	0.00477	0.0503
20	2	2	0.00000	0.00675	0.00246	0.0440

جدول (9): جدول الحياة للطلاب كمجموعتين مستقلتين وفق النوع (البنات).

time	n.risk	n.event	survival	std.err	lower 95% CI	upper 95% CI
1	274	29	0.89416	0.01858	0.85847	0.9313
2	245	12	0.85036	0.02155	0.80916	0.8937
3	230	3	0.83927	0.02220	0.79687	0.8839
5	214	4	0.82359	0.02313	0.77948	0.8702
6	204	8	0.79129	0.02488	0.74399	0.8416
7	194	7	0.76274	0.02622	0.71304	0.8159
8	184	36	0.61351	0.03070	0.55620	0.6767
9	148	41	0.44355	0.03165	0.38565	0.5101
10	105	29	0.32104	0.02999	0.26733	0.3856
11	76	19	0.24078	0.02757	0.19238	0.3014
12	54	18	0.16052	0.02401	0.11973	0.2152
13	36	12	0.10701	0.02038	0.07368	0.1554
14	24	9	0.06688	0.01655	0.04118	0.1086
15	15	2	0.05797	0.01550	0.03432	0.0979
16	12	6	0.02898	0.01141	0.01340	0.0627
17	6	2	0.01932	0.00943	0.00742	0.0503
18	4	1	0.01449	0.00822	0.00477	0.0440
19	3	1	0.00966	0.00675	0.00246	0.0380
20	2	2	0.00000	NaN	NA	NA

بتطبيق انحدار كوكس Cox regression باستخدام برمجية R.

البداية بصياغة نموذج الانحدار، وفق المعادلة التالية:

(Time, Status ==1) ~ (Gender + GPA)

حيث ان:(الزمن، والحالة) متغيرين تابعين Dependent variables، وكل من (جنس الطالب، وتقدير المعدّل) متغيرات تفسيرية Covariates.

اخضعت بيانات النموذج للتحليل، وكانت نتائج تحليل الانحدار المتعدد مبينة بالجدولين التاليين:

جدول (9): معاملات الانحدار.

	coef	exp (coef)	se (coef)	z	Pr (>|z|)	exp (-coef)	lower .95	upper .95
Gender	0.03096	1.03144	0.19203	0.16	0.872	1.031	0.708	1.5
GPA	-0.00516	0.99486	0.00413	-1.25	0.0023	0.995	0.987	1.0

جدول (10): معلومات ونتائج اختبارات.

Concordance=	0.535	(se = 0.027)
Likelihood ratio test=	4.28	on 3 df, p= 0.002
Wald test =	4.89	on 3 df, p= 0.002
Score (log rank) test =	5.02	on 3 df, p= 0.001

من خلال نتائج الجدولين (9، 10)، يمكن اختبار واستنتاج ما يلي:

اختبار معنوية النموذج المقدّر ككل.

جدول (14) يبين اختبار نسبة الإمكان الأعظم، فكانت قيمة احصاءة الاختبار تساوي 4.28 والقيمة الاحتمالية لإحصائية الاختبار (اقل من 1% وهذا يشير الى معنوية النموذج ككل.

اختبار معنوية معالم الانحدار المقدرة.

الجداول تتضمن قيم معالم الانحدار المقدرة واخطاؤها المعيارية، وإحصاءه Wald والقيمة الاحتمالية المناظرة لها، ومعدّل الخطورة وفترات ثقتها، وتأسيسا عليه يمكن القول، ان:

المعامل المقدّر لمتغير النوع Gender $\beta_{Gender} = 0.03096$ موجب بقيمة احتمالية لإحصاءة الاختبار تساوي (P-value=0.212) وهي اكبر من 5%، وهذا يعني ان متغير النوع ليس له تأثير معنوي، أي ان احتمال المغادرة للطلبة لا يختلف عنه عند الطالبات، شكل (9) يدعم ذلك.

المعامل المقدّر لمتغير المعدّل العام GPA $\beta_{GPAG} = -0.00516$ سالب القيمة الاحتمالية لإحصاءة الاختبار تساوي (P-value=0.0023) وهي تقل بكثير عن 5%، وهذا يعني ان متغير المعدّل العام له تأثير معنوي.

الاختفاء: ظهر بالدراسة احتواء ايمن لعدد 27 مفردة، لم يحصل لها حدث المغادرة وهي تمثل عدد 27 طالب لا يزالون على مقاعد الدراسة عند انتهاء

المدة الزمنية المحددة التي تغطيها هذه الدراسة.

5. الاستنتاجات:

كان الهدف الرئيسي لهذه الدراسة منصب للوقوف على اهم العوامل التي تقف وراء إطالة زمن بقاء الطلاب على مقاعد الدراسة داخل المؤسسات التعليمية مدة زمنية تتجاوز المدة الزمنية المقررة، تم تناول عاملين بالدراسة والتحليل هي: جنس الطالب، وتقدير المعدّل العام للطالب. في هذا الصدد خلصت الدراسة الى ما يلي:

عامل جنس الطالب ليس له تأثير معنوي على البقاء.

عامل تقدير المعدّل العام للطالب له تأثير معنوي على البقاء.

6. التوصيات:

توصي الدراسة وتؤكد على ما يلي:

- قبول الطلاب للدراسة يكون وفقا لمعدّل الثانوية العامة، مع مراعاة الرغبة، واجراء امتحان مقابلة.
- تهيئة البيئة التعليمية النموذجية المناسبة لتنفيذ العملية التعليمية.
- تطبيق اللوائح والتشريعات التنظيمية المتعلقة ببقاء الطلاب داخل المؤسسات التعليمية.

7. قائمة المراجع References:

المراجع العربية:

[1]- التلباني، شادي (2011). " دراسة مقارنة بين نموذج الانحدار اللوجيستي ونموذج انحدار كوكس لدراسة أهم العوامل الاقتصادية والديموغرافية المؤثرة على معرفة واتجاهات الشباب نحو قضايا الصحة الإنجابية ". رسالة دكتوراه غير منشوره، جامعة أبو بكر بالقايد، تلمسان، الجزائر.

المراجع الإنجليزية:

[2]- Allison, P. D. (2010). Survival analysis using SAS: A practical guide (2nd ed). SAS Institute.

[3]- Bean, J. P. (1980). Dropouts and turnover: The synthesis and test of a causal model of student attrition. Research in Higher Education, 12(2), 155-187.

[4]- Cox, D. R. (1972). Regression models and life-tables. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 34(2), 187-220.

[5]- Cox, D. R., and Oakes, D. (1984)." Analysis of Survival Data ". Chapman and Hall, London.

[6]- Crawley ،Michael J (2007). The R Book. Wiley & Sons Ltd.

[7]- Dalgrad, Peter (2002). Introductory Statistics with R. Springer, New York.

[8]- David G. Kleinbaum, Mitche l Klein (2008). Survival Analysis, A Self_Learning Text, Third Edition, Springer.

[9]- Douglas, Alex (2008): An Introduction to R. University of Aberdeen

[10]-Filler, S. G. (2004). Primer of survival analysis. Mayo Clinic Proceedings, 79(4), 511-519.

[11]-Gibbons, Jean Dickinson (1971): Nonparametric Statistical Inference. International Student Edition. McGraw-Hill Inc.

[12]-Hosmer, D. W., & Lemeshow, S. (2007). Applied survival analysis: Regression modeling of time-to-event data (2nd ed). John Wiley & Sons.

[13]-Ishiyama, J. T. (2003). College persistence among underrepresented minority students in science, mathematics, and engineering. Research in Higher Education, 44(3), 287-**307.**

[14]-Kaplan, E. L., & Meier, P. (1958). Nonparametric estimation from incomplete observations. Journal of the American Statistical Association, 53(282), 457-481.

[15]-Kleinbaum, D. and Klein, M. (2002)." Logistic Regression a Self-learning Text". USA: Springer.

[16]-Kleinbaum, D. G., & Klein, M. (2004). Survival analysis: A self-learning text (2nd ed). Springer.

[17]-Kleinbaum, D. G., & Klein, M. (2012). Survival analysis: A self-learning text. Springer Science & Business Media.

[18]-Lee, T. and Wang, W. (2003). " Statistical Methods for Survival Data Analysis". 2nd ed. Wiley, New York.

[19]-Lee, E. T., & Wang, J. W. (2002). Statistical methods for survival data analysis (3rd ed). John Wiley & Sons.

[20]-M. Gail, K. Krickeb erg, J.M. (2005). Samet, A. Tsiat, W. Wong. Statistics for Biology and Health, Springer.

[21]-Preston, S. H., Heuveline, P., & Guillot, M. (2001). Demography: Measuring and modeling population processes. Blackwell Publishing.

[22]-R Core Team. (2021). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing.

[23]-Rodriguez, G. (2010). Survival analysis. Princeton University.

[24]-Therneau, T. M., & Grambsch, P. M. (2000). Modeling survival data: Extending the Cox model. Springer.

[25]-Tinto, V. (1993). Leaving college: Rethinking the causes and cures of student attrition (2nd ed). University of Chicago Press.

[26]-Verweij, P. J. M., & Van Houwelingen, H. C. (1994). Multivariate survival analysis. Statistica Neerlandica, 48(3), 157-193.

[27]-Zhang, Z., Andersson, T. M., Lambert, P. C., & Dickman, P. W. (2018). Flexible parametric survival models with time-varying effects. Stata Journal: Promoting Communications on Statistics and Stata, 18(1), 3-28.