

مقارنة بعض اختبارات جذر الوحدة في الكشف عن استقرار السلاسل الزمنية باستخدام المحاكاة

السعيد المهدى الطاهر و *حافظ أبو بكر الأسود

قسم الإحصاء- كلية العلوم- جامعة سبها، ليبيا

*للمراسلة: haf.alaswed@sebhau.edu.ly

المخلص إن عدم استقرار السلاسل الزمنية يعد من المشاكل التي تواجه العديد من الدراسات والتي قد تؤدي إلى نتائج مضللة أو غير واقعية، لذا يعتبر استقرار السلاسل الزمنية شرطاً ضرورياً في تحليل السلاسل الزمنية. تهدف هذه الدراسة إلى التعريف ببعض اختبارات جذر الوحدة (اختبار ديكي فوللر الموسع- اختبار فيليبس بيرون واختبار KPSS) للكشف عن استقرار السلاسل الزمنية و المقارنة بينها في فحص خواص السلسلة والتأكد من مدى استقرارها وتحديد الأفضلية بينها من خلال نسبة التصنيف الصحيح للسلاسل عن طريق المحاكاة باستخدام برنامج R. دلت النتائج أنه عند التوليد من النماذج المستقرة أن اختبار KPSS مناسب في حالة العينات الصغيرة والكبيرة. بينما كفاءة اختباري PP و ADF ضعيفة للعينات الصغيرة وتزداد كفاءة الاختبارين بزيادة حجم العينة، أما عند التوليد من النماذج الغير مستقرة فإن جميع الاختبارات KPSS، PP و ADF تتمتع بكفاءة عالية سواء كانت العينات صغيرة أم كبيرة. الكلمات المفتاحية: جذر الوحدة، الاستقرار، المحاكاة، نسبة التصنيف الصحيح.

Comparison of Unit Root Tests to Examine Stationary Time Series Using Simulation

A. M. Altaher , *H. A. Alaswed

Statistics Department, Sebha University, Libya

*Corresponding author: haf.alaswed@sebhau.edu.ly

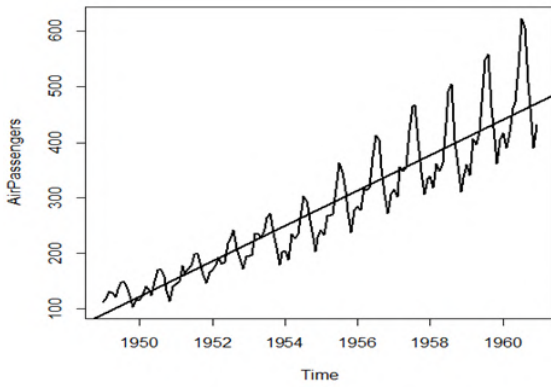
Abstract Time series instability is a problem for many studies that may lead to misleading or unrealistic results, so time series stability is a necessary condition in time series analysis. The purpose of this study is to introduce some of the unit root tests (Augmented Dickie Fuller test(ADF) - Philips Peron test (PP) and KPSS test) to detect the stability of the time series and compare them in the examination of the properties of the series and to determine their superiority through the correct classification ratio by simulation using R Package. Results showed that when generating stationary models, the KPSS test is suitable for small and large samples. While the efficiency of the PP and ADF tests is weak for the small samples, the efficiency of the tests increases by increasing the size of the sample. In the generation of the non-stationary models, all KPSS, PP and ADF tests are highly efficient whether the samples are small or large.

Keywords: Correct Classification Rate, Simulation, Stationary, Unit Root Test.

المقدمة

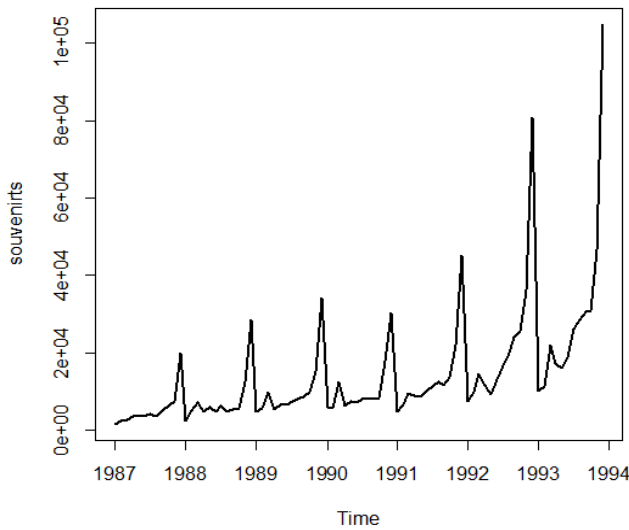
الزمنية صفة الاستقرار فإن الانحدار الذي نحصل عليه قد يكون زائفاً ولا يمكن الاعتماد عليه، انظر [3]. من هنا فانه من الضروري أن يتحقق الباحث من السلسلة تحت الدراسة فيما إذا كانت مستقرة أم لا. إن من أسهل طرق الكشف عن استقرار السلاسل الزمنية هي التوقيع البياني لبيانات السلسلة حيث يتم فحص الشكل البياني واستنباط فيما إذا كانت السلسلة مستقرة أم لا. إن طريقة التوقيع البياني طريقة بدائية وقد يختلف القرار بشأن الاستقرار من باحث إلى آخر خاصة في حالات عدم الوضوح. في الآونة الأخيرة ومع تطور البرمجيات الإحصائية ظهرت بعض الطرق التي تعتمد على اختبار فرضية الاستقرار وهي ما يعرف باختبارات جذر الوحدة. باستخدام المنهج الوصفي التحليلي يهدف هذا البحث إلى التعريف ببعض اختبارات جذر الوحدة: اختبار Dicky-Fuiller (DF)

يعد أسلوب تحليل السلاسل الزمنية Time Series Analysis من الأساليب الإحصائية الجديرة بالاهتمام، والتي تطورت كثيراً، وأصبح بالإمكان استخدامها في العديد من الدراسات التطبيقية خاصة تلك التي تعتمد على بناء نماذج الانحدار لتقدير العلاقات، انظر [1] و [2]. يعتمد أسلوب تحليل السلاسل الزمنية على تتبع الظاهرة على مدى زمني معين (كعدد من السنوات مثلاً)، ثم التنبؤ للمستقبل بناءً على القيم المختلفة التي ظهرت في السلسلة الزمنية وعلى نمط النمو في القيم. وعند بناء نماذج الانحدار للسلاسل الزمنية في التطبيقات العملية وقبل استخدامها في التنبؤ لابد من التأكد من استقرار السلسلة فهو شرط أساسي وضروري لصحة تحليلها بمعنى أن تتمتع السلسلة الزمنية بخاصية السكون والاستقرار (Stationary). وعندما لا تتوافر في السلاسل



شكل رقم (1): سلسلة زمنية ذات اتجاه عام موجب (إعداد الباحث اعتماداً على بيانات Air Passengers في R)

2-التغيرات الموسمية: Seasonal Variations: وهي تغيرات تحدث للظاهرة خلال السنة بسبب اختلاف طبيعة مواسم السنة نفسها. فمثلاً مبيعات المحلات التجارية الكبرى تصل إلى القمة في المواسم والأعياد، كما قد يلعب الطقس والتقاليد الاجتماعية والاحتفالات الدينية كالحج والتغير في مثل هذه الأحوال يسمى تغيراً موسمياً. شكل رقم (2) يمثل المبيعات الشهرية في أحد شواطئ أستراليا من 1987 حتى نهاية 1994، حيث يظهر من الشكل البياني وجود اتجاه عام ومركبة موسمية.



شكل رقم (2): سلسلة ذات تغيرات موسمية مع وجود اتجاه عام

3-التغيرات الدورية: Cyclical Variations: وهي تغيرات تحدث للسلسلة كل عدة سنوات بحيث تكرر السلسلة نفسها على فترات دورية منتظمة. ومن أهم هذه التغيرات التي تطرأ على الدورات الاقتصادية من ارتفاع وهبوط بمدة تتجاوز السنة وبيانها كبيان دالة الجيب أو جيب التمام مع وجود اختلاف في الطول والسعة وتضم عادة خمسة مراحل في الدورة الكاملة،

واختبار Philips Perron (PP) واختبار KPSS حيث تعتبر هذه الاختبارات من أكثر اختبارات جذر الوحدة استخداماً (انظر [4],[5],[6]) الأمر الذي يجعل معرفة سلوك هذه الاختبارات ودراسة أفضلها حاجة ضرورية في حقل السلاسل الزمنية وهنا تكمن أهمية هذه الدراسة. نستعرض في البداية بعض المفاهيم الأساسية للسلاسل الزمنية ثم بعض نماذج السلاسل الزمنية المستقرة وغير المستقرة، ثم التعريف ببعض اختبارات جذر الوحدة، وأخيراً تنفيذ تجارب محاكاة إحصائية لغرض المقارنة بين الأداء العملي لاختبارات جذر الوحدة في الكشف عن استقرار السلاسل الزمنية.

2.الإطار النظري: في هذا الجانب نستعرض بعض المفاهيم الأساسية لتحليل السلاسل الزمنية وتشمل تعريفها ومكوناتها والاستقرار وشروطها وبعض نماذج السلاسل الزمنية المستقرة وغير مستقرة.

1.2 تعريف السلسلة الزمنية ومكوناتها: Time series

تعرف السلسلة الزمنية على أنها مجموعة من القياسات المسجلة لمتغير واحد أو أكثر مرتبة حسب زمن وقوعها. أما رياضياً: نقول أن متغير الزمن المستقل t والقيم المناظرة له المتغير التابع y_t وإن كل قيمة في الزمن t يقابلها قيم للمتغير التابع

$$y_t \text{ أي } y_t = f(t)$$

وتتكون السلسلة الزمنية من مجموعة من المركبات التي تساعد في معرفة سلوك السلسلة وتحديد مقدار تغيراتها وإدراك طبيعتها واتجاهها حتى يصبح بالإمكان القيام بالتقديرات اللازمة والتنبؤات الضرورية وهذه المكونات تتضمن ما يلي:

1-الاتجاه العام: General Trend: يقصد به ميل الظاهرة نحو الزيادة أو النقصان خلال فترة طويلة من الزمن، أي أنه يمثل التغير المنتظم الذي يحدث للظاهرة قيد الدراسة في الأجل الطويل، بغض النظر عن التقلبات التي تحدث في الأجل القصير، كما أنها تعبر عن النمو والتطور الطبيعي للظاهرة عبر الزمن، سواء كان يميل موجب أو سالب، وفي كل الحالات يكون التغير تدريجياً وليس مفاجئاً وهو ميزة للاتجاه العام الذي يعتبر من أهم عناصر السلاسل الزمنية. كمثال لسلسلة زمنية ذات اتجاه عام موجب انظر شكل (1).

1- نموذج الانحدار الذاتي Autoregressive

Process: يقال إن بيانات سلسلة زمنية ما تتولد بناء على عملية انحدار ذاتي من الرتبة P إذا أمكن التعبير عن المشاهدة الحالية للسلسلة y_t كدالة خطية في المشاهدات السابقة لها بالإضافة إلى تغير عشوائي يرمز له بالرمز ε_t ، أي أن:

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

حيث $\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_p$ معاملات النموذج.

y_1, y_2, \dots, y_{t-p} المشاهدات السابقة للسلسلة الزمنية .

ε_t حد الخطأ العشوائي في الفترة الزمنية t والتي يفترض أن تكون قيمه مستقلة وتتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره صفر، وتباين ثابت .

2- نموذج المشي العشوائي Random Walk

Model: يعتبر نموذج المشي العشوائي حالة خاصة من

نموذج الانحدار الذاتي ذو المرتبة الأولى. عندما $\phi_1 = 1$

ويكتب بالشكل التالي: y_t

$$y_t = \phi_0 + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

حيث تحدث التغيرات في هذا النموذج عن طريق التغير العشوائي ε_t فإذا كانت ε_t تمثل خطوات للأمام أو للخلف في الفترة الزمنية t ، فإن y_t تمثل موقع السائر في الفترة الزمنية t ولا يتأثر قرار اتجاه السير في الفترة التالية بموقع السائر في الفترة الحالية. إن أسعار الأوراق المالية يتفق بدرجة كبيرة مع نموذج المشي العشوائي لان التغيرات اليومية في الأسعار هي أساسا مستقلة عن بعضها البعض. أنظر [3]

3- نموذج الوسط المتحرك Moving Average

Model: يقال بأن بيانات السلسلة الزمنية تولدت من عملية متوسطات متحركة من الرتبة P إذا كانت قيم المتغير الحالي تعتمد على قيم المتغيرات العشوائية له الحالية والسابقة، وتصاغ المعادلة العامة لنموذج الوسط المتحرك على النحو التالي:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + v_t$$

تمثل المعلمة (θ_j) أثر التغير في (ε_{t-j}) بوحدة واحدة على المشاهدة الحالية (y_t) حيث $(j = 1, 2, \dots, P)$ التغيرات العشوائية وبصفة عامة، تشير رتبة P إلى عدد المعالم المطلوب تقديرها.

4.2 اختبارات استقرار السلسلة الزمنية Testing**Stationary of Time Series**

الوحدة إلى فحص خواص السلسلة الزمنية لكل متغير من متغيرات الدراسة خلال المدة الزمنية للملاحظات والتأكد من مدى استقرارها، فإذا استقرت السلسلة بعد أخذ الفرق الأول فإن

هي الارتفاع الأول - التراجع - الركود - الانتعاش - الارتفاع النهائي، وقد تمتد طول الفترة من ثماني سنوات إلى عشر سنوات وترجع إلى عوامل كثيرة مثل سياسة الحكومة والعلاقات الدولية وغيرها ويقاس طول الدورة التجارية بطول الفترة الزمنية بين مرحلتين ازدهار متتاليتين أو ركود متتاليتين . أنظر [3]

4- التغيرات العشوائية Irregular Variations

هي تغيرات تحدث بصفة غير منتظمة حيث تشير هذه التغيرات الغير منتظمة لتغيرات السلسلة الزمنية لأعلى ولأسفل بعد استبعاد التغيرات الأخرى، وتنشأ هذه التغيرات بسبب عوامل لا يمكن التحكم فيها كالزلازل والحروب والأمراض الوبائية والفيضانات والبراكين وغيرها من الكوارث الطبيعية التي تطرأ على الظاهرة وقد تتكرر أو لا تتكرر بعد ذلك. أنظر [3]

2.2 مفهوم الاستقرار وشروطه:

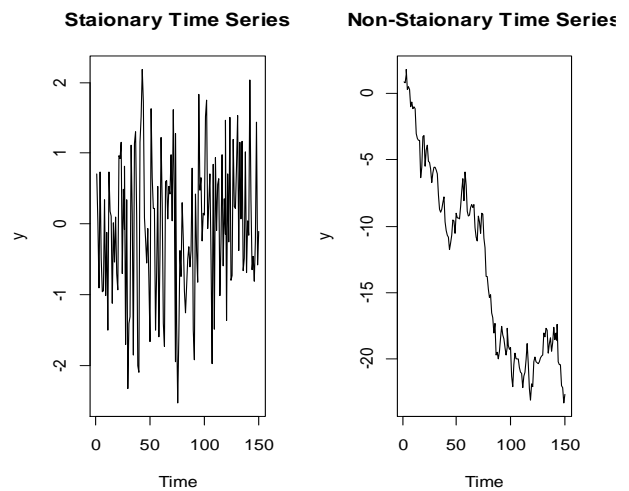
يمكن التمييز بين نوعين من السلاسل الزمنية كما يلي.

1- السلسلة الزمنية المستقرة Stationary Time Series:

تعتبر السلسلة الزمنية مستقرة إذا كانت خالية من تأثير الاتجاه العام والتغيرات الموسمية والسلسلة الزمنية وسط حسابي ثابت وتباين وتغاير مشترك ثابتان.

2- السلسلة الزمنية غير المستقرة Non- Stationary**Time Series:**

إذا كانت قيم السلسلة لا تتأرجح حول وسط ثابت أو تباين ثابت فإن التآرجحات تكون غير ثابتة فهذا دليل على أن السلسلة غير مستقرة. انظر شكل (3).



شكل رقم (3): سلسلة زمنية مستقرة وغير مستقرة (المصدر إعداد الباحث باستخدام R)

3.2 بعض نماذج السلاسل الزمنية

$\hat{\tau}_C > \tau_T$ نرفض فرضية العدم وبالتالي تكون السلسلة مستقرة أما إذا كانت $\hat{\tau}_C < \tau_T$ نقبل فرضية العدم وبالتالي تكون السلسلة غير مستقرة. وتجدر الإشارة هنا لآبد علي الباحث الاختيار الصحيح للنموذج المستخدم في التقدير من بين النماذج الثلاثة وذلك حتى لا يقع في أخطاء توصيف النموذج.

2- اختبار Augmented Dickey-Fuller

Test (ADF): يعتبر اختبار ديكي فوللر الموسع هو تطوير لاختبار ديكي فوللر البسيط حيث يقوم اختبار DF البسيط علي افتراض أنه لا يوجد ارتباط ذاتي بين الأخطاء. فإذا تبين عن طريق اختبار دارين واتسون رفض هذا الفرض فان تطبيق اختبار DF لا يكون مناسباً ويعطي نتائج غير دقيقة بشأن استقرار أو عدم استقرار السلسلة. ولهذا السبب اقترح ديكي - فوللر إذا كان حد الخطأ ε_t في النماذج المذكورة في الصيغ الثلاثة أعلاه يعاني من الارتباط الذاتي، فيمكن أن يصحح بإضافة عدد مناسب من حدود الفرق المبطأ ويسمى حينها اختبار ديكي فوللر الموسع (ADF)، وتكون معادلته بالنسبة للنماذج الثلاثة تأخذ الشكل التالي:

1- النموذج الأول: بدون حد ثابت واتجاه زمني

$$\nabla Y_t = \lambda Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \nabla Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

2- النموذج الثاني: بدون اتجاه زمني

$$\nabla Y_t = \mu + \lambda Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \nabla Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

3- النموذج الثالث: مع حد ثابت واتجاه زمني

$$\nabla Y_t = \mu + \beta T + \lambda Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \nabla Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

حيث أن μ الحد الثابت، T الاتجاه الزمني بحيث أن

$$T = t - 1 - \frac{n}{2}, t = 2, 3, \dots, n$$

الأعظم التي يمكن تحديدها اعتماداً على الصيغة التالية $p = \text{int} \left\{ 12 \left(\frac{n}{100} \right)^{\frac{1}{4}} \right\}$ ، ويلاحظ هنا أن هذه المشكلة

سوف تختفي بعد إدراج عدد مناسب من الفروق، إذ تصبح ε_t غير مرتبطة ذاتياً. وفي جميع الحالات الثلاثة يكون الفرض المراد اختباره هو:

$$H_0: \lambda = 0 \text{ : فرضية العدم : السلسلة غير مستقرة}$$

$$H_0: \lambda < 0 \text{ : الفرضية البديلة : السلسلة مستقرة}$$

السلسلة الأصلية تكون متكاملة من الرتبة الأولى. أما إذا كانت السلسلة مستقرة بعد الحصول على الفروق الثانية (الفروق الأولى لسلسلة الفروق الأولى) فإن السلسلة الأولى تكون متكاملة من الرتبة الثانية وهكذا، وإذا كانت السلسلة الأصلية مستقرة في قيمها الأصلية يقال بأنها متكاملة من الرتبة صفر وبذلك لا تحمل جذر الوحدة، وبشكل عام فإن السلسلة الزمنية تكون متكاملة من الدرجة (d) إذا استقرت بعد أخذ الفرق (d).

1- اختبار ديكي فوللر البسيط Dickey-Fuller

Test (DF): يعتبر اختبار ديكي فوللر (DF) من أشهر الاختبارات المستعملة لاختبار استقرار السلاسل الزمنية. ويمكن توضيح فكرة الاختبار من خلال استخدام نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى Autoregressive AR (1)، والذي يأخذ الشكل التالي:

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

حيث أن $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ يشير الي الخطأ العشوائي أو (التشويش الأبيض White Noise) بينما $-1 \leq \rho \leq 1$ تشير إلى معامل الارتباط الذاتي. ونلاحظ أنه إذا كان $\rho = 1$ فان المعادلة تصبح نموذج السير العشوائي وهو نموذج غير مستقر. ويعتمد اختبار ديكي فوللر (DF) على ثلاثة عناصر هي صيغة النموذج، حجم العينة n ومستوى المعنوية α وهناك ثلاث صيغ للنماذج التي تستخدم في اختبار (DF) وهي:

1- النموذج الأول: $\nabla Y_t = \lambda Y_{t-1} + \varepsilon_t$ عدم احتوائها على

الحد الثابت والاتجاه الزمني.

2- النموذج الثاني: $\nabla Y_t = \mu + \lambda Y_{t-1} + \varepsilon_t$ هذه الصيغة

تحتوي على حد ثابت μ .

3- النموذج الثالث: $\nabla Y_t = \mu + \beta T + \lambda Y_{t-1} + \varepsilon_t$ تتضمن

حدا ثابتاً واتجاهاً زمنياً.

حيث أن $\lambda = \rho - 1$ بينما $\nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ تشير إلى الفرق الأول للسلسلة Y_t . وفي جميع النماذج الثلاثة السابقة يتم إجراء اختبار DF بتقدير هذه النماذج باستخدام إحدى طرق التقدير وحساب إحصائي الاختبار $\hat{\tau}_C = \frac{\hat{\lambda}}{\hat{S}_{\hat{\lambda}}}$ حيث أن $\hat{\lambda}$

معلمة المتغير المبطن لفترة واحدة Y_{t-1} بينما $\hat{S}_{\hat{\lambda}}$ تشير الي الانحراف المعياري لهذه المعلمة واستخراج القيمة الجدولية τ_T من جداول DF. وفي جميع الحالات الثلاثة يكون فرض العدم $H_0: \lambda = 0$ هو أن السلسلة الزمنية غير مستقرة (أي لها جذر وحدة) بينما الفرض البديل $H_0: \lambda < 0$ أن السلسلة الزمنية مستقرة (أي ليس لها جذر وحدة). فإذا كانت

البديلة والتي تعني بأن السلسلة لا تحتوي على جذر الوحدة (أي مستقرة)، واتخاذ القرار سيكون بنفس الخطوات السابق ذكرها في اختبار (ADF) وكذلك سيتم استخدام القيم الحرجة نفسها للاختبارين ، وذلك لأن الاختبارين لهما نفس التوزيع في العينات الكبيرة فقط .

4- اختبار Kwiatkowski ;Phillips;

Schmidt; Shin (KPSS): استخدم هذا الاختبار مضاعف لاجرانج لاختبار فرضية العدم التي تقرر الاستقرار راية ويتم تطبيق هذا الاختبار وفقا للمراحل التالية

1- تقدير النموذج الثاني أو الثالث باستخدام إحدى طرق التقدير

$$2- \text{نحسب المجموع الجزئي للباقي } S_t = \sum_{i=1}^t \hat{\varepsilon}_i$$

3- تقدير التباين طويل الأجل S_1^2 بنفس طريقة اختبار فليبس وبيرون

4- نحسب إحصائية الاختبار KPSS من العلاقة

$$LM = \frac{1}{S_1^2} \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{T^2}$$

5- نرفض فرضية العدم (الاستقرارية) إذا كانت الإحصاء المحسوبة LM أكبر من القيمة الحرجة المناظرة لها والمستخرجة من الجداول. أنظر [9-10]

6- الجانب التطبيقي

1.4 وصف تجربة المحاكاة: تم توليد عدد كبير من البيانات

(1000 مرة) باستخدام البرنامج الإحصائي R، لغرض المقارنة بين نسبة التصنيف الصحيح لاختبارات الكشف عما إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة أم لا. تركز تجارب المحاكاة التي استخدمت هنا على ثلاث نقاط هي تغيير الشكل الرياضي لنموذج السلسلة الزمنية، تغير حجم العينة، وتغيير قيمة تباين حد الخطأ العشوائي. ثم استخدام معادلة الانحدار العامة التي تشتمل على ثابت واتجاه عام. قسمت تجارب المحاكاة إلى قسمين كما يلي:

القسم الأول: في هذا الجزء تم توليد بيانات من نماذج السلاسل الزمنية المستقرة وهو نموذج الضجيج الأبيض، نموذج الانحدار الذاتي ذو المرتبة الأولى المستقر ونموذج الوسط المتحرك من الدرجة الأولى حيث أن مثل هذه النماذج أثبتت النظرية الإحصائية استقرارها. ثم نقوم بدفع هذه السلاسل إلى اختبارات جذر الوحدة لبيان فيما إذا كانت مستقرة أم لا، ثم نقوم بحساب نسبة التصنيف الصحيح لكل اختبار من خلال المعادلة الآتية:

$$P_1 = \frac{n_1}{N} \times 100 \quad \text{نسبة التصنيف الصحيح للاختبار}$$

ويتم تقدير النموذج المستخدم بإحدى الطرق الإحصائية ثم

حسابي إحصائي الاختبار $\hat{\tau}_C = \frac{\hat{\lambda}}{\hat{S}_\lambda}$ ومقارنة هذه القيمة بقيمة

τ_T المستخرجة من جداول ADF واتخاذ القرار بشأن قبول أو رفض فرض العدم أو بمعنى آخر بشأن ما إذا كانت السلسلة مستقرة أم لا.

3- اختبار Philips and Perron (PP): يعتبر اختبار

فيليبسبيرون PP من أشهر الاختبارات الخاصة المستخدمة لاختبار استقرار السلاسل الزمنية، حيث يعتمد تقديره على معادلة ديكي فولر البسيط (DF) نفسها إلا أن اختبار PP يختلف عن اختبار ADF بكونه لا يحتوي على قيم متباطئة للفروق وطريقة معالجة وجود الارتباط الذاتي من الدرجة الأعلى وكذلك عدم التجانس، إذ يقوم بعملية تصحيح غير معلمية (Non-Parametric) في حين (DF) يواجه مشكلة الارتباط الذاتي بعملية تصحيح معلمية Parametric من خلال حدود الفروق، ويجري اختبار فيليبس بيرون PP في خمسة مراحل: أنظر [7-8]

1- تقدير النماذج الثلاثة لاختبار DF باستخدام طريقة OLS

مع حساب الإحصائيات المرافقة

$$2- \text{تقدير تباين قصير المدى } \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2$$

3- تقدير المعامل المصحح المسمى بتباين طويل الأجل وفقا للصيغة التالية

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 + 2 \sum_{i=1}^L (1 - \frac{i}{L+1}) + \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-1}$$

ومن أجل تقدير هذا التباين من الضروري إيجاد عدد التباطؤ

$$\text{وفقا للصيغة التالية } L \approx 4 \left(\frac{n}{100} \right)^{2/9}$$

4- حساب إحصائية PP

$$PP = \sqrt{K} \times \frac{(\hat{\lambda} - 1)}{\hat{\sigma}_\lambda} + \frac{n(k-1)\hat{\sigma}_\lambda}{\sqrt{K}} \quad \text{حيث أن}$$

$$K = \frac{\hat{\sigma}^2}{S_1^2}$$

5- تقارن قيمة إحصائية الاختبار مع القيمة الجدولية المستخرجة

من جداول ماك كينون. ويتم اختبار فرضية العدم بعدم

استقرار السلسلة الزمنية $H_0: \lambda = 0$ والفرضية البديلة

باستقرار السلسلة الزمنية $H_0: \lambda < 0$ وعندما تكون قيمة

λ معنوية فيعني هذا رفض فرضية العدم وقبول الفرضية

الشكل (4) يوضح خطوات الجانب التطبيقي

2.4 النتائج

بعد توليد البيانات باستخدام أسلوب المحاكاة واستخدام اختبارات جذر الوحدة والحصول علي النتائج تم تلخيصها وعرض نتائج النماذج المستقرة في الجداول 1، 2، 3 مع توضيح النموذج المستخدم ومعالمه وأحجام العينات المختلفة ونسبة التصنيف الصحيح للاختبارات الثلاثة المستخدمة. أما الجدول 4 يوضح نتائج النموذج الغير مستقر. بعد تفحص جداول النماذج المستقرة (نموذج الضجيج الأبيض و نموذج الانحدار الذاتي المستقر ذو الدرجة الأولى). لوحظ أن نسبة التصنيف الصحيح لكل من اختبار KPSS و PP في حالة العينات الصغيرة جيدة وتزداد بزيادة حجم العينة. بينما اختبار ADF لا يعطي نتائج جيدة في حالة العينات الصغيرة (25، 50) وأن كفاءة الاختبار تزداد بزيادة حجم العينة. أما في حالة التوليد من نموذج الوسط المتحرك فإن اختبار KPSS يمكن الاعتماد عليه في حالة العينات الصغيرة والكبيرة. بينما كفاءة اختبارات PP و ADF ضعيفة للعينات الصغيرة وتزداد كفاءة الاختبارين بزيادة حجم العينة. كما دلت النتائج عند التوليد من نموذج المشي العشوائي (غير مستقر) أن جميع الاختبارات KPSS، PP و ADF تتمتع بكفاءة عالية سواء كانت العينات صغيرة أم كبيرة. وبصورة عامة وفي معظم الحالات فإن اختبار KPSS له كفاءة أعلى من كفاءة اختبارات PP و ADF. أما عند المقارنة بين اختبارات PP و ADF لم نلاحظ وجود سلوكا ثابتا لكفاءة الاختبارين.

2.5 التوصيات

نظرا لما تتمتع به اختبارات جذر الوحدة من كفاءة عالية نوصي بالاعتماد عليها في التحقق من استقرار السلسلة الزمنية قيد الدراسة بدلا من الاعتماد فقط على التوقيع البياني للسلسلة. وعلى الرغم من حقيقة أن هذه الدراسة تركزت على بعض نماذج السلاسل الزمنية المستقرة وغير المستقرة واستخدم عدد محدود من القيم الافتراضية لمعالم النماذج المستخدمة في تجارب المحاكاة فضلا عن استخدام معادلة الانحدار العامة التي تشتمل على اتجاه ثابت وخطي فانه يمكن توسيع أفق هذا البحث بأخذ هذه المحدودية في عين الاعتبار لمحاولة تعميم النتائج بأكثر دقة.

حيث N تشير إلى عدد السلاسل الزمنية الكلية التي تم توليدها. بينما n تشير إلى عدد السلاسل الزمنية التي صنفها الاختبار على أنها مستقرة.

القسم الثاني: في هذا الجزء نقوم بتوليد بيانات من نموذج السلسلة الزمنية الغير مستقرة وهو نموذج المشي العشوائي. ثم نقوم بدفع هذه السلاسل إلى اختبارات جذر الوحدة لبيان فيما إذا كانت مستقرة أم لا، ثم نقوم بحساب نسبة التصنيف الصحيح لكل اختبار من خلال المعادلة الآتية:
نسبة التصنيف الصحيح للاختبار:

$$P_2 = \frac{n_2}{N} \times 100$$

حيث N تشير إلى عدد السلاسل الزمنية الكلية التي تم توليدها. بينما n_2 تشير إلى عدد السلاسل الزمنية التي صنفها الاختبار على أنها غير مستقرة. والنماذج المستقرة والغير مستقرة التي تم استخدامها كما يلي:

1- نموذج الضجيج الأبيض (نموذج مستقر)

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\mu = -4, -2, 2, 4, \sigma = 1, 4, 10$$

2- نموذج الانحدار الذاتي ذو الدرجة الأولى: (نموذج مستقر)

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\phi = -0.7, -0.5, 0.5, 0.7, \sigma = 1, 4, 10$$

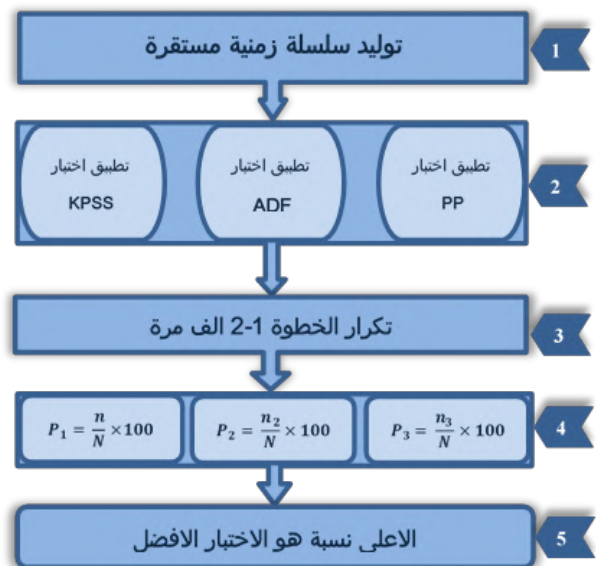
3- نموذج الوسط المتحرك: (نموذج مستقر)

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + v_t$$

4- نموذج المشي العشوائي: (نموذج غير مستقر)

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \sigma = 1, 4, 10$$

والشكل البياني التالي يوضح تجربة المحاكاة



جدول رقم (1): معدل التصنيف الصحيح في حالة التوليد من نموذج الضجيج الأبيض

μ	σ	$n = 25$			$n = 50$			$n = 100$			$n = 200$		
		KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF
-2	1	94.6	94.6	21.8	94.3	100	56.2	94.9	100	95.7	96.1	100	100
	4	96.5	92.9	20.8	95	100	57.4	96.5	100	95	95.7	100	100
	10	96.5	94.2	22.1	95.6	100	57.6	95.6	100	95.3	95.3	100	100
-4	1	96.4	92.6	22.9	95.1	100	56.6	95.8	100	94.6	95.3	100	100
	4	96.6	93.4	20.7	96.2	100	55.2	94.9	100	94.1	96.6	100	100
	10	94.8	92.5	21.2	95.4	100	55.8	94	100	94.6	94.4	100	100
2	1	96.4	94.7	22.1	96	100	57.2	95.6	100	95.1	95.8	100	100
	4	94.7	95.2	18.8	95.2	100	58.2	94.5	100	95	94.8	100	100
	10	96.3	93.8	21.5	95.7	100	58.1	95	100	95.5	96.4	100	100
4	1	96.1	92.9	19.8	95.2	100	56.6	95.2	100	95.1	96.2	100	100
	4	95.8	94.3	23.3	95.8	100	53.6	95.8	100	95.6	95.6	100	100
	10	96.5	93.9	20.8	95.5	100	55.4	95.1	100	95.9	95.2	100	100

جدول رقم (2): معدل التصنيف الصحيح في حالة التوليد من نموذج الانحدار الذاتي المستقر ذو الدرجة الأولى

ϕ_1	σ	$n = 25$			$n = 50$			$n = 100$			$n = 200$		
		KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF
-0.7	1	99.1	100	34.3	99.4	100	74	100	100	98.9	99.3	100	100
	4	98.5	100	39.1	98.8	100	75.5	99.6	100	99.2	98.5	100	100
	10	98.5	100	44.9	98.4	100	75.2	99.6	100	98.8	98.9	100	100
-0.5	1	98.8	100	29.2	98.6	100	72.3	99.1	100	98	97.5	100	100
	4	97.7	100	37.3	98.2	100	70.6	98.1	100	98.7	98.3	100	100
	10	98.6	100	41.6	97.9	100	72.8	97.4	100	99.8	97.2	100	100
0.5	1	78.8	29.1	12.6	78.7	93.4	30.1	83.9	100	76.4	88	100	99.8
	4	49.1	6.3	26.9	55.9	90.6	47.7	72	100	89.2	81.5	100	100
	10	16.8	0	45.9	23.3	98.9	69.5	53.2	100	97.2	67	100	100
0.7	1	53	8.1	8.6	53	41.9	18.9	67.2	97.9	54.3	77.6	100	96.6
	4	4.3	0	23.9	11.3	10.4	46.5	35.8	98.9	84.8	59.8	100	99.8
	10	0	0	42.8	0	0.1	73.3	4.4	100	98.5	26.8	100	100

جدول رقم (3): معدل التصنيف الصحيح في حالة التوليد من نموذج الوسط المتحرك

درجة	المعالم	n = 25			n = 50			n = 100			n = 200		
		KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF
1	1.5	92.7	16.3	9.9	90	97.1	55	95.4	100	85.3	92.9	100	100
2	2.5	86.6	30.7	19.3	82.4	94.9	33.8	90	100	82	91.9	100	99.9
	5												
3	2.5	85	41.8	9.1	83.8	97.7	41.4	87.7	100	82.7	91.4	100	99.8
	3.5												
	7												
4	2.5	84.2	32.4	10.3	83.8	95.3	30.5	89.5	100	85.2	90.2	100	100
	3.5												
	7												
	14												

جدول رقم (4): معدل التصنيف الصحيح في حالة التوليد من نموذج المشي العشوائي

σ	n = 25			n = 50			n = 100			n = 200		
	KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF	KPSS	PP	ADF
1	100	97.2	96	100	94.4	95.8	100	94.6	96.3	100	95.1	95.6
4	100	94.3	94.5	100	95.2	96.4	100	94	96.5	100	93.3	95.2
10	100	95.8	96	100	95.2	96.3	100	94.6	95.5	100	92.6	95.3

المراجع

- [1]- شعراوي سمير مصطفى. مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية. مركز النشر العلمي-جامعة الملك عبدالعزيز (2005)
- [2]- شومان ، عبداللطيف حسن ، نزار مصطفى والصراف السلاسل الزمنية والأرقام القياسية - دار الدكتور للعلوم الإدارية والاقتصادية - بغداد
- [3]- أوالتر فاندال تعريب عبدالمرضي حامد عزام وأحمد احسين هارون. السلاسل الزمنية من الوجة التطبيقية ونماذج بوكس جنكنز.
- [4]- Bierens, H.J. (2001). "Unit roots", Ch. 29 in A Companion to Econometric Theory, editor B.
- Baltagi, Oxford: Blackwell Publishers, 610-633. "2007 revision"
- [5]- Dickey, D. A.; Fuller, W. A. (1979). "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root". Journal of the American Statistical Association. 74 (366a): 427-431. doi:10.1080/01621459.1979.10482531.
- [6]- Patterson, K. (2012), Unit Root Tests in Time Series, 2, Palgrave Macmillan.
- [7]- Phillips, Peter CB, and Pierre Perron. "Testing for a unit root in time series"

- regression." *Biometrika* (1988): 335-346
- [8]- Maddala, Gangadharrao S., and Shaowen Wu. "A comparative study of unit root tests with panel data and a new simple test." *Oxford Bulletin of Economics and statistics* 61.S1 (1999): 631-652.
- [9]- Sims, Christopher A., James H. Stock, and Mark W. Watson. "Inference in linear time series models with some unit roots." *Econometrica: Journal of the Econometric Society* (1990): 113-144.
- [10]- Dreiziensis L, Dupinskas K, Paulionienis L. Correct classification rates in multi-category discriminant analysis of spatial Gaussian data. *Open Journal of Statistics*. 2015; 5:1, p. 21-26.