SEBHA UNIVERSITY JOURNAL OF PURE & APPLIED SCIENCES VOL.20 NO. 4 2021
DOI: 10.51984/JOPAS.V20I4.1712

مجلة جامعة سبها للعلوم البحتة والتطبيقية
Sebha University Journal of Pure & Applied Sciences

Journal homepage: www.sebhau.edu.ly/journal/index.php/jopas

العزوم الإحصائية بين النظرية والتطبيقات الحاسوبية باستخدام برنامجي MAPLE وR

محمد عبدالله السلهاب

قسم الرياضيات، كلية التربية أوباري، جامعة سبها، ليبيا

الكلمات المفتاحية:

الالتواء
العزم المركزي
نظام الجبر الحاسوبي
التفلطح
العزوم الخام.

الملخص

يوجد كثير من المواضيع العلمية مقتصرة على إطار نظري بعيدة عن الجوانب التطبيقية لعدة أسباب لعل من أهمها، ضخامة البيانات، تعقيد العمليات الحسابية اليدوية، ودقة النتائج المطلوبة، الامر الذي يعجز الجهد العادي البشري في أدائه، تعليم الإحصاء يعاني من ذلك، العزوم الإحصائية أحد المواضيع التي تندرج في هذا السياق. تهدف هذه الورقة البحثية إلى؛ تطوير طريقة تعليمية في مجال تعليم وتعلم الإحصاء، موضوعها توصيف البيانات باستخدام طريقة العزوم الإحصائية بتوظيف برنامجين متخصصين هما، برنامج Maple نظام الجبر الحاسوبي Computer Algebra System CAS، وبرنامج R البيئة التفاعلية للحوسبة الإحصائية. انتهجت الورقة تقديم نظري عن الصيغ الجبرية للعزوم، وفي الجانب العملي تضمنت تطبيقات حاسوبية على استخدام العزوم الإحصائية لتوصيف البيانات بتوظيف واستخدام التقنية بطريقة عملية وميسرة لكل من المعلم والمتعلم.

Statistical Moments between Theory and Computational Applications using MAPLE and R Programs

Mohammed A. Asselhab

Mathematics Department, Faculty of Education Ubari, Sebha University, Libya

Keywords:
Central moment
Computer Algebra System
Kurtosis
Raw moment
Skewness

ABSTRACT

There are many scientific topics to be far away from practical sides and limited to theatrical one, that may be because of; huge data, complicated hand computations, requiring accuracy results, the human efforts may be unable to do it. Teaching statistics suffering from that. Statistical moments are one of the topics which listed in this context. This paper aimed to develop a practical method to teach statistics, concerning to describing data using statistical moments by employing the two technician programs; Maple program (computer algebra system CAS), and R program (interactive environment for statistical computing). The paper followed; presenting a theoretical view about algebra of moments, practically it is implementing two computational applications relating to using moments to describing data with simplified and interesting method to both teachers and students.

1 . مقدمة Introduction:

تعتبر العزوم الإحصائية أحد اهم الطرق والادوات التي تستخدم في التوصيف العددي للبيانات الإحصائية سوأ ان كانت البيانات أحادية البعد Univariate data (x_i) او ثنائية البعد (x_i, y_i) Bivariate data أو متعددة الابعاد $(x_1,\dots,x_n)$ Multivariate data. العزوم الإحصائية تبلور صيغ رياضية عملية وفاعلة خاضعة للتعامل الجبري بإمكانها حساب ومعرفة مقاييس (معالم واحصاءات) لازمة لعملية التوصيف الشامل والكامل للبيانات، بتحديد كل من؛ مركز البيانات، الانتشار حول المركز، خصائص هيئة وشكل توزيع البيانات، العلاقة فيما بين المتغيرات من حيث قوتها، اتجاهها وصيغتها. ستقتصر اعمال هذه الورقة البحثية على استخدام العزوم في توصيف البيانات وحيدة البعد لتشمل وتغطي كل من ؛ خاصية النزعة المركزية Central Tendency التي تحدد مركز ثقل توزيع البيانات متمثلة بأهم مقاييسها (المتوسط الحسابي)، خاصية التشتت Dispersion التي تحدد مدى انتشار البينات حول مركز ثقلها متمثلة بأهم مقاييسها (التباين)، خاصية الالتواء Skewness التي تحدد مدى تماثل توزيع البيانات حول المركز (شكل نهايتي التوزيع) اهم مقاييسها المعامل العزمي للالتواء ، وأخيرا خاصية التفلطح Kurtosis التي

*Corresponding author:
E-mail addresses: moh.asselhab@sebhau.edu.ly
Article History : Received 05 July 2021 - Received in revised form 15 August 2021 - Accepted 15 September 2021

تحدد (شكل قمة التوزيع) اهم مقاييسها المعامل العزمي للتفلطح .

لغويا العزم Moment صيغة مفردة، والجمع عزوم Moments وهو مصطلح يستخدم في عدة مجالات. بصفة عامة العزوم مصطلح فيزيائي يستعمل في علم الميكانيكا بمعنى التماسك. تستخدم العزوم في مجال الإحصاء والاحتمالات بمعنى قد يكون قريبا من المعنى الميكانيكي التماسك، الا ان التماسك هنا يختص بالبيانات.

تكمن أهمية هذه الورقة البحثية في انها تتطرّق لموضوع أساسي وجوهري على الصعيدين النظري والعملي وله بالغ الاثر على تعميق المفاهيم لتعلم وتعليم الإحصاء والاحتمالات.

1. جبر العزوم Algebra of Statistical moments:

تتميز العزوم الإحصائية بخضوعها التام للتعامل الجبري، وهي تستخدم كأدلة توصيف للبيانات الإحصائية وذلك بقياس درجة تماسك البيانات أو قواها حول نقطة ثابتة محددة.

1.1 تعريف العزوم الإحصائية:

للعزم الاحصائي عدة تعاريف، منها على سبيل المثال:

- هو القيمة المتوقعة لمرفوع قوة انحرافات متغير عشوائي عن قيمة ثابتة مهمة [3].
- هو متوسط القوة الرائية $(r)^{th}\ power$ لانحرافات قيم مشاهدات المتغير (x_i) عن نقطة ثابتة (x_0).
- هو القيمة المتوقعة لانحراف قيم متغير عن قيمة ثابتة مرفوعاً لقيمة مُعطاة [5].
- هو مقياس يقيس متوسط قوة انحرافات البيانات عن نقطة ارتكاز محددة، ولتكن (x_0) كبؤرة.

1.2 الصيغة الجبرية العامة للعزوم الاحصائية:

اذا كانت (x_i) تمثل بيانات أولية لمتغير عشوائي $(X = x_i)$ حيث $\{i = 1,\dots,n\}$، وتم تحديد أي نقطة (x_0) كبؤرة لتمحور البيانات حولها. فإن العزم الرائي $(r)^{th}\ Moment$ أو العزم ذو القوة الرائية $(r)^{th}\ Power$ حول النقطة (x_0) ويشار إليه بالرمز $(M_r^{x_0})$، ويُقرأ العزم الرائي حول النقطة (x_0). تعطى الصيغة الجبرية العامة للعزوم الاحصائية للعينة، كالتالي:

$$M_r^{x_0} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_0)^r \quad \dots(1)$$

1.3 تصنيف العزوم الاحصائية:

النقطة (x_0) بؤرة التمحور تلعب دورا أساسيا في التصنيف. في هذا الصدد تُصنّف العزوم الإحصائية إلى ثلاثة أنواع، وهي كما يلي:

1.3.1 العزوم العامة General moments:

اذا أعطيت أي قيمة عامة للنقطة (x_0) ولتكن $(x_0 = a)$ فان عزم البيانات حولها يعرف بالعزم العام. ويشار اليه بالرمز (M_r^a) .

1.3.2 العزوم الخام Raw moments:

هي عزوم البيانات حول نقطة الأصل Origin $(x_0 = 0)$، ويشار إليها بالرمز (M_r^0). تعرف العزوم الخام أيضاً بالعزوم الغير مركزية Non-central moments.

1.3.3 العزوم المركزية Central moments:

هي عزوم البيانات حول وسطها الحسابي $(x_0 = \bar{x})$. يشار إليها بالرمز $(M_r^{\bar{x}})$.

1.4 تحديد معاملات العزوم الخام والعزوم المركزية:

لنأخذ بالاعتبار الصيغة الجبرية العامة للعزوم المعطاة بالمعادلة (1) ومنها نناقش كل من العزوم الخام (الغير مركزية) والعزوم المركزية.

1.4.1 العزوم الخام $(x_0 = 0)$.

- بالتعويض عن $(r = 0)$، نتحصل على العزم الصفري حول الصفر $(M_0^0 = 1)$، يعرف أيضا بالعزم الخام الصفري.

$$\begin{aligned} M_0^0 &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - 0)^0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i)^0 \\ &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(1) = \frac{\cancel{n}}{\cancel{n}} = 1 \end{aligned} \quad \dots(2)$$

- بالتعويض عن $(r = 1)$ نتحصل على العزم الأول حول الصفر $(M_1^0 = \bar{x})$. ويعرف أيضا بالعزم الخام الأول.

$$\begin{aligned} M_1^0 &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - 0)^1 \\ &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i)^1 = \bar{x} \\ &= Mean \end{aligned} \quad \dots(3)$$

- نعوض عن $(r = 2)$. نتحصل على العزم الثاني حول الصفر (μ_2^0). ويعرف أيضا بالعزم الخام الثاني.

$$\begin{aligned} M_2^0 &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - 0)^2 \\ &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 \end{aligned} \quad \dots(4)$$

من المعلوم أن صيغة التباين تعطى كالتالي:

$$\begin{aligned} S_x^2 &= \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}{n}\right) \\ &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}\right)^2 \\ &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - (\bar{x})^2 \\ &= M_2^0 - \left(M_1^0\right)^2 = Variance \end{aligned} \quad \dots(5)$$

1.4.2. العزوم المركزية $\left(x_0=\bar{x}\right)$.

- بالتعويض عن $(r=0)$ نتحصل على العزم الصفري حول المتوسط $\left(M_0^{\bar{x}}=1\right)$. ويعرف ايضا بالعزم المركزي الصفري.

$$M_0^{\bar{x}}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^0=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(1)=\frac{\cancel{n}}{\cancel{n}}=1 \qquad \dots(6)$$

- نعوض عن $(r=1)$. فنتحصل على العزم الأول حول المتوسط الحسابي $\left(\mu_1^{\bar{x}}=0\right)$، ويعرف أيضا بالعزم المركزي الأول. (مجموع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي تساوي صفر).

$$\begin{aligned}M_1^{\bar{x}}&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^1\\&=\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i-\sum_{i=1}^{n}\bar{x}\right)\\&=\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i-n.\bar{x}\right)\\&=\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i-\sum_{i=1}^{n}x_i\right)=0\end{aligned} \qquad \dots(7)$$

- نعوض عن $(r=2)$. نتحصل على العزم الثاني حول المتوسط أو العزم المركزي الثاني الذي يساوي التباين. $\left(M_2^{\bar{x}}\right)=S_x^2$

$$\begin{aligned}M_2^{\bar{x}}&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2\\&=\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=\sigma_x^2\\&=Variance\end{aligned} \qquad \dots(8)$$

1.5. العزوم بصيغة خالية من القياس

Moments in dimensionless forms

مقاييس العزوم السابقة تعبر عن وحدات المتغيرات المُقاسة أو قوى (مضاعفات) لتلك الوحدات، في حين أن المضاعفات قد لا يكون لها معنى على الإطلاق. على سبيل المثال: سيارة تربيع أو دينار تكعيب.

ولتجنب استخدام وحدات القياس يتطلب الأمر تعريف عزوم مركزية خالية من وحدات القياس (معامل العزم المركزي الرائي). بمعنى معاملات لا تعبر عن أبعاد، ويشار اليها بالرمز (η_r) "Eta" آيتا. تعطى الصيغة العامة لمعامل العزم المركزي الخالي من وحدات القياس كالتالي:

$$\begin{aligned}\eta_r&=\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^r}{\left(\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}\right)^r}\\&=\frac{M_r^{\bar{x}}}{\left(\sqrt{M_2^{\bar{x}}}\right)^r}=\frac{M_r^{\bar{x}}}{(S)^r}\\&=\frac{M_r^{\bar{x}}}{\left(\sqrt{S^2}\right)^r}=\frac{M_r^{\bar{x}}}{(S)^r}\end{aligned} \qquad \dots(9)$$

1.5.1. تحديد معاملات العزوم المركزية الخالية من القياس:

لنأخذ بالاعتبار الصيغة الجبرية العامة للعزوم المركزية الخالية من القياس المعطاة بالمعادلة (9)، ومنها سيتم تحديد العزوم المركزية الأربعة الأولى الخالية من القياس حول المتوسط الحسابي.

- بالتعويض عن $(r=1)$ في (9) نتحصل على $(\eta_1=0)$.

$$\eta_1=\frac{M_1^{\bar{x}}}{\left(\sqrt{S^2}\right)^1}=\frac{M_1^{\bar{x}}}{(S)^1}=\frac{0}{S}=0 \qquad \dots(10)$$

- بوضع $(r=2)$ نتحصل على $(\eta_2=1)$.

$$\eta_2=\frac{M_2^{\bar{x}}}{\left(\sqrt{M_2^{\bar{x}}}\right)^2}=\frac{S^2}{(S)^2}=\frac{S^2}{S^2}=1 \qquad \dots(11)$$

- بوضع $(r=3)$، نتحصل على المعامل العزمي للالتواء.

$$\begin{aligned}\eta_3&=\frac{M_3^{\bar{x}}}{\left(\sqrt{\mu_2^{\bar{x}}}\right)^3}=\frac{M_3^{\bar{x}}}{(S)^3}\\&=Skewness\end{aligned} \qquad \dots(12)$$

- بوضع $(r=4)$، نتحصل على المعامل العزمي للتفلطح.

$$\begin{aligned}\eta_4&=\frac{M_4^{\bar{x}}}{\left(\sqrt{M_2^{\bar{x}}}\right)^4}=\frac{M_4^{\bar{x}}}{(S)^4}\\&=Kurtosis\end{aligned} \qquad \dots(13)$$

1.5.2. العزوم الإحصائية كأداة لتوصيف البيانات الإحصائية وتوزيعاتها الاحتمالية:

بمعرفة قيم العزوم الإحصائية المركزية الأربعة الأولى ستكون كافية لوصف بيانات المتغيرات العشوائية وتوزيعاتها الاحتمالية بكل دقة، الجدول التال يعرض أشهر المقاييس العزمية لتوصيف البيانات.

جدول (1): أشهر المقاييس العزمية لتوصيف البيانات أحادية البعد.

المقياس	بدلالة العزوم	الصيغة العزمية
المتوسط الحسابي	العزم الخام الاول	M_1^{0}
التباين	العزم المركزي الثاني	$M_2^{\bar{x}}$
الانحراف المعياري	الجذر الموجب للتباين	$\sqrt{M_2^{\bar{x}}}$
معامل الالتواء		$M_3^{\bar{x}} / (s)^3$
معامل التفلطح		$M_4^{\bar{x}} / (s)^4$

2. المواد وطرق العمل Tools and methodology:

فيما سبق تم استعراض الصيغ الجبرية للعزوم الإحصائية الازمة لتوصيف البيانات في بعد واحد One Dimensional data 1D، الخطوة التالية ستكون حساب قيم العزوم الإحصائية، في هذا الصدد يواجه الطلاب صعوبة بالغة في اجراء العمليات الحسابية يدويا او حتى باستخدام الآلة الحاسبة إذا كان حجم البيانات كبير جدا، وهنا اعتقد جازما بان ذلك من اهم الأسباب التي الطلاب الى العزوف والنفور من تعلم ودراسة مقررات الاحصاء والاحتمالات. تسعى وتهدف هذه الورقة الى تحقيق هدفين أساسيين: الأول، القاء نظرة على مفهوم واشتقاق الصيغ الجبرية للعزوم وآلية عملها وقد تكفّل الجانب النظري بذلك، أما المسعى الآخر يتمثل باستخدام وتوظيف التقنية في تعليم وتعلم الاحصاء، في هذا الصدد تبنت الدراسة وانتهجت استخدام وتوظيف برمجيتين مختصتين في مجال الرياضيات والاحصاء للاستفادة من امكانياتهما الحسابية والرسومية.

2.1. برنامج Maple v.15: هو برنامج نظام جبر حاسوبي تفاعلي وقوي جدا، يستخدم من قبل الطلاب والمعلمين في مجالات الرياضيات، الإحصاء، العلوم والهندسة لإجراء كل بالحسابات والنمذجة والمحاكاة في مجالاتهم.

2.2. برنامج R v.4.0.3 للحوسبة الإحصائية: هو برنامج إحصائي مفتوح المصدر قوي وفعلي في مجال الحوسبة والتحليل الاحصائي.

3. التطبيق العملي Application:

تنفيذ تطبيق عملي باستخدام التقنية.

البيانات التالية تمثل درجات 100 طالبة بمقرر الإحصاء العام

72	62	54	36	30	82	21	67	18	38
77	71	69	72	66	52	45	76	81	97
44	63	75	83	62	73	86	68	47	65
52	55	68	92	83	64	59	78	11	39
46	68	65	66	61	74	79	82	56	59
75	70	65	36	28	82	25	67	18	38
77	71	69	73	77	52	45	76	81	95
44	63	77	84	62	73	86	68	46	65
49	55	68	92	7	64	59	78	12	39
56	68	68	66	61	74	79	82	25	60

مطلوب: التوصيف الإحصائي النموذجي الشامل لدرجات الطالبات في مقرر الإحصاء باستخدام العزوم الإحصائية تقنيا.

4. البرامج التطبيقية Practical Programs:

تم اعداد برنامجين الاول بلغة Maple والآخر R، اعتمادا على برمجة الدوال المطلوبة إضافة لاستخدام دوال جاهزة.

4.1. برنامج Maple:

```
with(stats):
with(stats[statplots]):

marks:=
([38,18,67,21,82,30,36,54,62,72,97,81,76,45,52,66,72,69,71,77,
65,47,68,86,73,62,83,75,63,44,39,11,78,59,64,83,92,68,55,52,5
9,56,82,79,74,61,66,65,68,46,38,18,67,25,82,28,36,65,70,75,95,
81,76,45,52,77,73,69,71,77,65,46,68,86,73,62,84,77,63,44,39,1
2,78,59,64,7,92,68,55,49,60,25,82,79,74,61,66,68,68,56]):

Digits: = 3:
histogram (marks, color = turquoise, numbars = 10, area = 1);
describe[count](marks);
# mean=is the first moment around the origin (zero)
describe[mean](marks)=describe [moment [1, 0]](marks);
evalf(%)
# variance=is the second moment around the sample mean
describe[variance[1]](marks)=describe[moment[2, mean,
1]](marks);
evalf(%)
# standard deviation
Describe [standarddeviation [1]] (marks);
evalf(%)
# Skewness=is the third moment around the sample mean,
divided
by the third power of the standard deviation.
describe [skewness [1]] (marks)
= describe [moment [3, mean,1]] (marks)/(describe
[standarddeviation [1]](marks))^3;
evalf(%)

# Kurtosis is the fourth moment around the sample mean
divided by the fourth power of the standard deviation.
Describe [kurtosis [1]] (marks)
= describe [moment [4, mean,1]] (marks) /(describe
[standarddeviation [1]] (marks))^4;
evalf (%)
```

4.2. برنامج R:

```
library(distr)
library(distrEx)
marks <-
c(38,18,67,21,82,30,36,54,62,72,97,81,76,45,52,66,72,69,71,77,
65,47,68,86,73,62,83,75,63,44,39,11,78,59,64,83,92,68,55,52,5
9,56,82,79,74,61,66,65,68,46,38,18,67,25,82,28,36,65,70,75,95,
81,76,45,52,77,73,69,71,77,65,46,68,86,73,62,84,77,63,44,39,1
2,78,59,64,7,92,68,55,49,60,25,82,79,74,61,66,68,68,56)
# رسم المدرج التكراري ودالة الكثافة
brk <- seq (0, 100, 4)
dens <- density (marks)
hist(marks, freq = FALSE, breaks = brk)
lines(dens,col="red")
n <- length(marks)
n
# حساب العزمين الخام الاول والثاني
moment10 <- sum(marks^1/n)
moment10
moment20 <- sum(marks^2/n)
moment20
# حساب العزوم المركزية الاربعة الاولى
moment1mean <- sum(marks-moment10)/n
moment1mean
moment2mean <- sum((marks-moment10)^2)/n
moment2mean
```

```
moment3mean <- sum((marks-moment10)^3)/n
moment3mean
moment4mean <- sum((marks-moment10)^4)/n
moment4mean
# حساب المتوسط والتباين والانحراف المعياري
xBar <- sum(marks/n)
xBar
# (المتوسط يساوي العزم الأول حول الصفر)
moment10 <- sum(marks^1/n)
moment10
SigmaSquare <- moment20-(moment10)^2
SigmaSquare
# (التباين يساوي العزم المركزي الثاني)
moment2mean <- sum((marks-moment10)^2)/n
moment2mean
# الانحراف المعياري يساوي جذر التباين
Sigma <- sqrt(SigmaSquare)
Sigma
# حساب المعامل العزمي للالتواء
ske <- moment3mean/(sqrt(SigmaSquare))^3
ske
# حساب المعامل العزمي للتفلطح
kur <- moment4mean/(sqrt(SigmaSquare))^4
kur
```

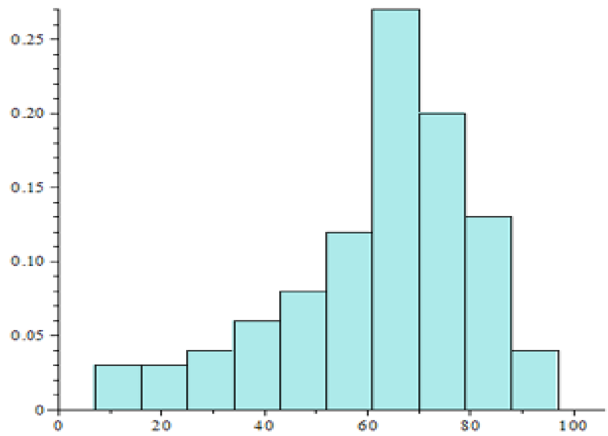
5. النتائج Results:

أسفر تنفيذ البرنامجين عن اخراج الرسوم التشخيصية والنتائج العددية المبينة كل على حده فيما يلي.

5.1. نتائج برنامج Maple:

5.1.1. الاشكال البيانية التشخيصية:

الشكل البياني التالي يعرض المدرج التكراري Histogram لدرجات الطلاب في مقرر الإحصاء العام.



شكل 1: المدرج التكراري لدرجات الطلاب.

5.1.2. النتائج الكمية:

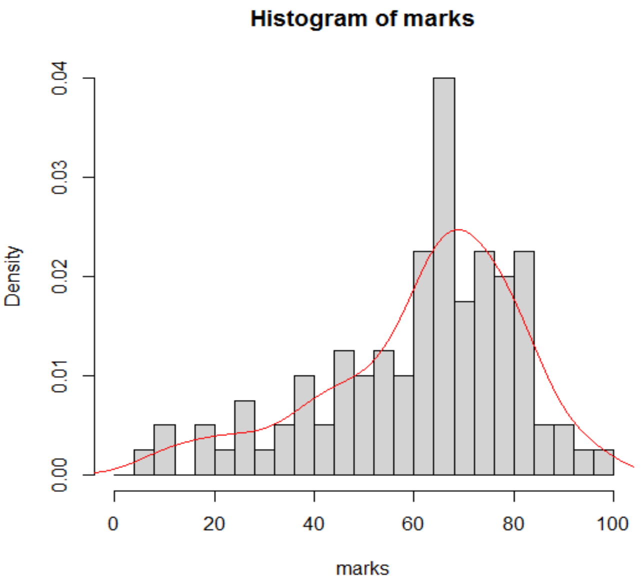
جدول 2: قراءات برنامج Maple.

الخاصية	المقياس	القيمة
النزعة المركزية	المتوسط	31.59
التشتت	التباين	*384.709*
الالتواء	معامل الالتواء	-0.838017
التفلطح	معامل التفلطح	3.24797

5.2. نتائج برنامج R:

5.2.1. الاشكال البيانية التشخيصية:

الشكل البياني التالي يعرض المدرج التكراري Histogram ودالة الكثافة Density لدرجات الطلاب في مقرر الإحصاء.



شكل 2: المدرج التكراري ودالة الكثافة لدرجات الطلاب.

5.2.2. النتائج العددية:

جدول 3: القراءات الكمية لبرنامج R.

الخاصية	المقياس	القيمة
النزعة المركزية	المتوسط	61.59
التشتت	التباين	380.8619
الالتواء	معامل الالتواء	-0.8422367824
التفلطح	معامل التفلطح	3.280772803

6. مناقشة النتائج Discussions:

6.1. الرسوم البيانية Graphs:

من الأهمية بمكان وقبل البدء في توصيف البيانات او اجراء وتطبيق أي من الطرق والتحاليل الاحصائية على البيانات فان الامر يستلزم أن يقوم الباحث برسم بيانات قيم العينة العشوائية المسحوبة من مجتمع الدراسة برسم المدرج التكراري Histogram لمعرفة شكل وهيئة توزيع البيانات، هل الهيئة تشبه او تقترب من التوزيع الطبيعي Normal distribution، هل الهيئة احادية المنوال، للتأكد من صحة الفرضية الاساسية في تطبيق الطرق المعلمية Parametric Methods وهو شرط الاعتدالية Normality condition، لذى يتوجب اجراء اختبار الاعتدالية لمعرفة فيما اذا كانت البيانات تتبع توزيع جاوس باستخدام بعض اختبارات الجاوسية ومن أشهرها Normal Probability Plot . في هذا الصدد وفي إطار التوصيف الكامل والشامل للبيانات تم تنفيذ رسوم بيانية موضحة بالشكلين (1، 2) فبإلقاء نظرة تشخيصية سريعة عليهما، يبدو جليا ان البيانات وحيدة المنوال وان هيئة توزيعها تقترب الى حد ما من التوزيع الطبيعي، وأنها ذات التواء سالب وقمتها حادة مدببة، هذا ما يتضح مبدئيا من خلال الاشكال البيانية.

6.2. النتائج الكمية Numerical results:

التوصيف الكمي للبيانات Data numerical description بالتطرق الى النتائج المدرجة بالجدولين 2، 3 التي تتضمن المقاييس الأربعة الأساسية اللازمة لتوصيف البيانات أحادية البعد، منها نستنتج:

6.2.1. خاصية النزعة المركزية Central tendency متمثلة بأهم مقاييسها ($\bar{x} = 61.59$ وسط العينة) وهو مركز تموضع ثقل البيانات فجميع البيانات قد ساهمت في تحديده قيمته، فهو يمثل نصيب كل مفرد بالتساوي من المجموع العام، بمفهوم العزوم هو العزم الأول حول الصفر.

6.2.2. خاصية التشتت (الانتشار) Dispersion يمثلها اهم مقاييسها ($S^2 = 384.709$ الوسط الحسابي للعينة) وهو يعبر عن متوسط مجموع مربعات انحرافات القيم عن مركزها $(\bar{x})$، بلغة العزوم هو العزم الثاني للبيانات حول مركزها، يعاب على التباين انه قيمة مربعة التي قد لا تعني شيء في كثير من الأحيان ، لذى يتم الاستعاضة عنه بمقياس آخر هو الانحراف المعياري الذي يأتي من صلب التباين بأخذ الجذر التربيعي الموجب للتباين $S = +\sqrt{S^2} = 19.5$، الانحراف المعياري مقياس غير متداول لدى العامة.

6.2.3. خاصية الالتواء Skewness: الالتواء يعني الحياد عن التماثل، يعرف الالتواء بانه العزم الثالث للبيانات حول مركزها مقسوما على القوة الثالثة للانحراف المعياري للبيانات، وهو يقيس درجة تماثل البيانات، التمثل التام للبيانات يكون عندما $\eta_3 = 0$ ، اذا كانت البيانات تتضمن بعض القيم الصغيرة المتطرفة فان الالتواء يكون سالب، اما اذا كانت البيانات تتضمن على قيم كبيرة متطرفة الالتواء يكون موجب ، بياناتنا تتضمن قيم شاذة صغيرة 7، 12، 21، 18 فكان المقياس سالب $\eta_3 = -0.842$.

6.2.4. خاصية التفلطح Kurtosis: التفلطح يعرف بانه العزم الرابع للبيانات حول مركزها مقسوما على القوة الرابعة للانحراف المعياري للبيانات، بالنسبة للتوزيع الطبيعي معامل التفلطح يساوي 3، اما إذا كان للتوزيع قمة مسطحة فان المعامل يكون اقل من 3، واما إذا كان للتوزيع قمة مدببة فان المعامل يكوا أكبر من 3 كما هو الحال في بياناتنا، حيث المعامل $\eta_4 = 3.280$.

بمعرفة قيم الخواص تكون البيانات موصوفة وصفا تاما.

6.2.5. الاعتدالية Normality: تتمثل في تبعية البيانات لتوزيع جاوس أو التوزيع الطبيعي Normal distribution، الذي يلعب دورا هاما في مجال الإحصاء الاستنتاجي، قامت الحكومة الألمانية بوضع (C. F. Gauss) كارل فريدريك جاوس مكتشف التوزيع الطبيعي، بوضع صورته والى يمينه التوزيع على عملتها من فئة العشرة مارك تقديرا وتكريما للعالم واكتشافه. كما هو موضح بالشكل التالي.

شكل 3: العالم الألماني جاوس C. F. Gauss مكتشف التوزيع الطبيعي وعلى يمينه منحني التوزيع على عملة من فئة العشر مارك الألمانية.

7. التوصيات Recommendations:

توصي الورقة البحثية بعدة نقاط من اهمها:

1. الاهتمام بتنظيم المحاضرات العلمية وعقد الندوات وورش العمل والدورات التدريبية التعليمية النوعية المتخصصة في مجال والاحصاء للمعلمين والطلاب لرفع كفأتهم وقدراتهم المهنية.
2. تطوير مناهج الاحصاء والاحتمالات واستخدام الأساليب التقنية الحديثة في تعليمها وتعلمها.
3. الاهتمام بنتائج وتطبيقات البحوث العلمية والاستفادة منها بما يخدم الطلاب والمعلمين والمؤسسات التعليمية.

8. المراجع References:

[1]- الخطيب، لطفي .(1993) .أساسيات في الكمبيوتر التعليمي، دار الكندي للنشر والتوزيع، إربد- الأردن.

[2]- بو الحاسية، سالم علي. (2001). الاحصاء. منشورات جامعة عمر المختار . البيضاء.

[3]- Britannica Encyclopedia 2009.

[4]- Cox, D. R. and Hinkley, D. V., (1974). Theoretical Statistics. Chapman and Hall. London.

[5]- Encarta Encyclopedia 2008 .

[6]- Garvan, Frank, (2002). "The Maple Book", Chapman & Hall / CRC.

[7]- Hogg, Robert and Craig, Allan T. (1978). Introduction to mathematical statistics. Collier Macmillan. 4th Edition .

[8]- Karian, Z. A., and Tanis, E. A, (1999). Probability and Statistics: Explorations with Maple, Prentice Hall, New York.

[9]- Introduction with Statistical Applications, . John Wiley and Son, Inc. New York .

[10]- Shingareva, Inna and Celaya, Carlos. (2007). Maple and Mathematica: A problem solving Approach for Mathematics. Springer New York.

[11]- Spiegel, Murray R. (1972). Schaum's Outline Series Theory and Problems of Statistics SI (metric) edition. McGraw-Hill International Book Company. 1st Ed.

[12]- Wackerly, Dennis D. et al. (2002). Mathematical Statistics with Applications. Duxbury Advanced Series. 6th Edition.

[13]- Weatherburn, C.E., (1968). A First Course in Mathematical Statistics. Cambridge University Press, London.

[14]- Wilks. Samuel. S. (1962). Mathematical Statistics. John Wiley and Son, Inc. New York. 2nd Edition.

[15]- A. L. Baylor, & D. Ritchie, What Factors Facilitate Teacher Skill, Teacher Morale, and Perceived Student Learning in Technology-using Classrooms? Computers & Education, Vol. 39, No. 4, 2002, pp.395-414.