

دراسة تأثير معامل التخميد علي الاهتزازات العابرة لنظام زنبركي باستخدام منظومة محاكاة

*حامد محمد أبوبكر و أبوبكر علي يوسف

قسم الفيزياء- كلية العلوم-جامعة سبها، ليبيا

* للمراسلة: Ham.malek@sebhau.edu.ly

الملخص إن دراسة الاهتزازات العابرة في الأنظمة الميكانيكية تعتبر من المواضيع المهمة لفيزياء الاهتزازات والموجات وكذلك الهندسة الميكانيكية. وبما أن معامل التخميد لهذا النوع من الأنظمة الاهتزازية يعتمد اعتمادا كبيرا علي عدة عوامل مثل زمن الاهتزاز للزنبرك، ومعامل الاحتكاك للوسط، ومعامل الصلابة للزنبرك، وكذلك علي كتلة النظام الاهتزازي، فإنه يكون أحيانا من الصعب تحديد العوامل التي تؤثر في سرعة التخميد لهذه الأنظمة؛ أي معدل فقدان طاقة النظام المهتز مع مرور الزمن، وذلك نظرا لاعتماد هذه العوامل علي بعضها. لقد اعتمدنا في هذا البحث على طريقة المحاكاة الحاسوبية بحيث يتم ترجمة الاهتزازات الحادثة في الزنبرك من خلال معالج دقيق يتم توصيله بالحاسوب لمشاهدة القراءات العملية للحركة الاهتزازية و تحليل نمط التذبذب لكل نظام زنبركي معلق راسيا. وتعتبر هذه الطريقة مميزة من حيث سهولة مشاهدة طيف الاهتزازات و تحليل طور هذه الحركة عمليا. ولقد بينت النتائج أن متوسط معامل التخميد عند أزمنة مختلفة وكتل مختلفة للزنبرك الأول يساوي 0.91، بينما كان متوسط معامل التخميد للزنبرك الثاني يساوي 0.93. ولقد بينت النتائج أيضا أنه كلما زاد معامل الصلابة زاد معامل التخميد، وكذلك كلما قلت الاستطالة في الزنبرك قل معها معامل التخميد. وأيضا كلما زاد الزمن الدوري للاهتزازات في النظام الزنبركي زاد مقدار التخميد الحاصل في النظام.

الكلمات المفتاحية: الاهتزازات العابرة، معامل التخميد، النظام الزنبركي.

Studying the Influence of Damping Factor on Transitional Vibrations for Spring Systems Using Simulation Technique

*Hamed M. Abubaker & Abubaker A. Alghoul

Department of physics, Sebha university, Libya

*Corresponding Author: Ham.malek@sebhau.edu.ly

Abstract The study of transient vibrations in mechanical systems is an important subject for the physics of vibrations and waves as well as mechanical engineering. Since the damping factor for this type of vibrational system is highly dependent on several factors such as the vibration time of the spring, the friction coefficient of the medium, the stiffness coefficient of the spring, as well as the mass of the vibration system. However, it is sometimes difficult to determine the factors that influence the speed of damping, i.e. the loss of system energy over time, because these factors are dependent on each other. In this study, we used computer simulations to translate the practical readings through a microprocessor that is connected to the computer to observe vibration movement and spectral analysis. The results showed that the average damping factor at different times of the first spring was 0.91, while the mean damping coefficient of second spring was 0.93. The results also showed that the higher the stiffness coefficient, the greater the damping coefficient, and the lower the displacement occurred in the spring, the less the damping coefficient would be. Also, the longer the periodic time of vibrations in the system, the longer of the damping occurred in the system.

Keywords: Damping factor, spring system, transient vibrations.

المقدمة

عملية التخميد تعتمد علي عدد من العوامل مثل زمن الاهتزاز، ومعامل الصلابة، ومعامل الاحتكاك وكذلك كتلة النظام المهتز. وهناك نوعين من الاهتزازات وهي: الاهتزازات العابرة والاهتزازات القسرية. وأي اهتزاز لنظام زنبركي سوف يتضاعف مع الزمن إلي أن يتوقف الزنبرك تماما، ويعزي التخميد بشكل عام إلي مقاومة الهواء والاحتكاك الداخلي للنظام المهتز. ففي الاهتزازات العابرة فإن الطاقة الضائعة والمتحولة إلي طاقة حرارية تؤدي إلي تناقص سعة الاهتزازات العابرة مع الزمن [1,6].

تعتبر دراسة الحركة الاهتزازية للأجسام والمنظومات الميكانيكية من أهم المجالات في الفيزياء. فكل نظام ميكانيكي ترافقه حركة اهتزازية بشكل ما. إن أغلب الآلات والأجهزة التي نستعملها تحتوي علي عناصر مهتزة مثل الزنبركات والكتل، ومن أكثر الظواهر التي تتكرر هي الأجسام التي تهتز كبنود بسيط، مثل زنبرك معلق رأسيا بسطح ثابت ومعلق به من الطرف الآخر ثقل كما موضح بالشكل (1). وفي الحقيقة لا توجد هناك أنظمة اهتزاز مثالية، فكل اهتزاز ترافقه عملية اضمحلال: أي فقدان طاقة النظام المهتز مع مرور الزمن. إن

إن المعادلة (5) معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية تعبر عن حركة النظام المهتز بصورة حرة ومخامده. والمعادلة المميزة لها هي:

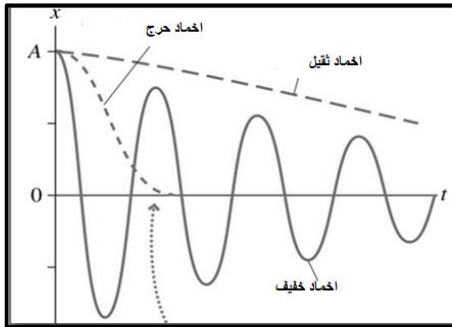
$$(6) \quad m\lambda^2 + c\lambda + k = 0$$

تعطي جذور المعادلة المميزة كالتالي:

$$(7) \quad \lambda_1, \lambda_2 = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}$$

$$(8) \quad \lambda_1, \lambda_2 = \frac{c}{2m} \left[-1 \pm \sqrt{1 - \frac{4mk}{c^2}} \right]$$

لدينا ثلاث حالات من التخميد والتي تعتمد علي قيمة ثابت التخميد (c)، حيث تسمى الحالة الأولى التخميد الثقيل (c2-4mk>0)، والحالة الثانية تسمى التخميد الحرج (c2-4mk=0)، أما الحالة الثالثة تسمى التخميد الخفيف (c2-4mk<0)، والشكل (2) يوضح التمثيل البياني لهذه الحالات [3].



شكل 2 يوضح حالات التخميد

وفي هذا البحث سوف نهتم فقط بدراسة حالة التخميد الخفيف. فعندما $c^2 - 4mk < 0$ فإن جذور (حلول) المعادلة المميزة (7) تكون هي عبارة عن جذور تخيلية وتكتب كالتالي:

$$(9) \quad \lambda_1, \lambda_2 = -b \pm \omega_n i$$

حيث أن $\omega_n = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$ يمثل التردد الطبيعي للاهتزازات المتخامده و ω_0 يمثل تردد الإهتزازات الطبيعية للزنبرك في حالة عدم وجود التخميد. والمعامل b يسمى بمعامل التخميد للنظام الزنبركي. حيث أن:

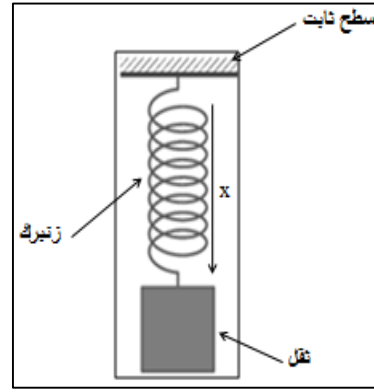
$$(10) \quad b = c/2m$$

والثابت c يسمى بثابت الوسط المخمد للحركة الاهتزازية.

إن حل المعادلة (5) يأخذ الشكل الرياضي التالية:

$$(11) \quad x(t) = e^{-bt} (A_1 \cos \omega_n t + A_2 \sin \omega_n t)$$

حيث ان A_1 و A_2 ثوابت حقيقة تعتمد على الشروط الابتدائية للحركة.



شكل 1 نظام زنبركي معلق رأسياً

وبما أن معامل التخميد يعتمد اعتماداً كبيراً علي لزوجة الوسط بالإضافة الي العوامل الأخرى، فإنه يكون أحياناً من الصعب جدا تحديد العوامل التي تؤثر في سرعة التخميد لهذه الأنظمة؛ أي معدل فقدان طاقة النظام المهتز مع مرور الزمن. إن الهدف من هذا البحث هو دراسة معامل التخميد لنظام زنبركي معلق في وضع رأسي عن طريق محاكاة الحركة الاهتزازية وتحليل طيف الاهتزاز الناتج عن هذه المحاكاة لهذا النظام.

معادلات الحركة لنظام الاهتزاز الزنبركي

هناك قوتان تؤثران علي النظام الزنبركي المعلق رأسياً والمبين في الشكل (1)؛ وهما قوة الإرجاع للزنبرك وقوة التخميد للوسط المقاوم للحركة الاهتزازية. أن قوة التخميد تتناسب مع سرعة الجسم المهتز ويكون تأثير هذه القوة في الاتجاه المعاكس للحركة الاهتزازية وبالتالي تعرف قوة التخميد كالتالي:

$$(1) \quad F_d = -c \frac{dx}{dt}$$

حيث (c) قيمة موجبة يسمى ثابت التخميد.

إن طبقاً لقانون نيوتن الثاني فإن معادلة حركة النظام المهتز تعطي في هذه الحالة كالتالي:

$$(2) \quad m \frac{d^2x}{dt^2} = F_d + F_s$$

حيث m تمثل كتلة النظام المهتز، F_s تمثل قوة الإرجاع للزنبرك وهذه القوة تساوي:

$$(3) \quad F_s = -kx$$

بالتعويض بالعلاقتين (1) و (3) في معادلة نيوتن للحركة

الاهتزازية (2) نحصل علي:

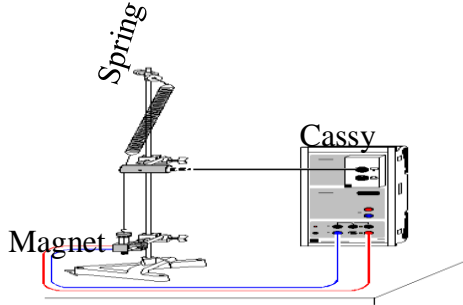
$$(4) \quad m \frac{d^2x}{dt^2} = -c \frac{dx}{dt} - kx$$

بإعادة ترتيب الحدود في معادلة (4) نحصل علي المعادلة

التالية:

$$(5) \quad m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

شاشة الحاسوب والشكل (4) يوضح رسم تخطيطي لهذه المنظومة.



شكل 4 يوضح رسم تخطيطي لمنظومة المحاكاة المستخدمة

النتائج والمناقشة

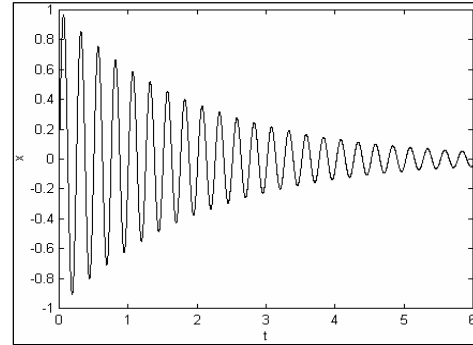
يوضح الجدول رقم (1) القيم المقاسة عمليا لكل من الكتل (m) بالجرام وقوة الجاذبية (F_g) المؤثرة علي الزنبرك الأول وتقاس بوحدة النيوتن والزمن الدوري (T) المقاس بالثانية والتردد (f) المقاس الهرتز للزنبرك الأول الذي معامل صلابته يساوي 2.80 N/m. وكذلك معامل التخميد (b) الذي تم حسابه من العلاقة (10) حيث وجد أن متوسط معامل التخميد لهذا السلك الزنبركي يساوي 0.91.

جدول 1 القيم المقاسة عمليا للزنبرك الأول

No.	الكتلة m(gm)	القوة $F_g(N)$	الزمن الدوري T(Sec)	التردد □(Hz)	معامل التخميد b
1	10	0.09	0.34	2.7	0.78
2	15	0.014	0.45	2.22	0.80
3	20	0.19	0.53	1.88	0.85
4	25	0.24	0.59	1.69	0.92
5	30	0.29	0.65	1.53	0.93
6	35	0.34	0.70	1.24	0.96
7	40	0.39	0.75	1.33	0.97
8	45	0.44	0.79	1.26	0.99
9	50	0.49	0.83	1.20	0.99

أما الجدول رقم (2) يوضح القيم المقاسة عمليا لكل من الكتلة (m) وقوة الجاذبية (F_g) المؤثرة علي الزنبرك الثاني والزمن الدوري (T) والتردد (f) ومعامل التخميد (b) للزنبرك الثاني والذي معامل صلابته يساوي 3.62 N/m. من الجدول نلاحظ أن متوسط معامل التخميد لهذا السلك الزنبركي يساوي 0.93.

نلاحظ أن العامل e^{-bt} له تأثير علي التخميد للاهتزازات العابرة الحاصلة في النظام الزنبركي. فعندما $t \rightarrow 0$ فإن $e^{-bt} \rightarrow 1$ وبالتالي فإن الإزاحة الحاصلة في الزنبرك تؤول إلي الصفر عندما يقترب الزمن من اللانهاية، والشكل (3) يوضح التمثيل البياني لهذا السلوك [4].



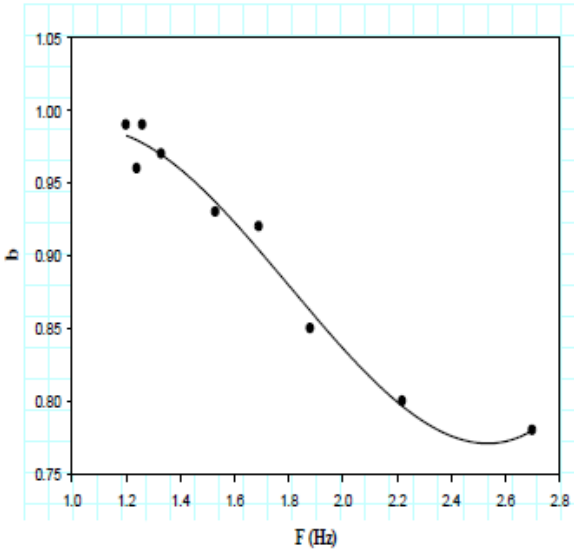
شكل 3 يوضح الإزاحة الحاصلة في الزنبرك عندما يقترب الزمن من اللانهاية

المواد وطرق العمل

دراسة معامل التخميد لنظام زنبرك معلق رأسيا عمليا تم استخدام نوعين من الزنبركات التي تختلف في الخواص الهندسية؛ مثل الطول والقطر، وكذلك المختلفة في الخواص الميكانيكية مثل نوع المادة التي يتركب منها هذه الزنبركات المستخدمة في هذه الدراسة. كما استخدمت في هذا البحث مجموعة من الكتل المختلفة الأوزان، حيث استخدم في هذا البحث زنبركين مختلفين في الخواص الهندسية مثل الطول والقطر وعدد اللفات في الزنبرك. بحيث كان طول الزنبرك الأول يساوي 9.49cm وقطره يساوي 3.2cm بينما كان طول الزنبرك الثاني 7.69cm وقطره 3.17cm. ولقد تم اختيار هذه المواصفات الهندسية للزنبركات نظرا لتوفرها في المعمل. بالإضافة إلي أدوات القياس المترية العملية، ومغناطيس كهربائي، وكذلك مجس ميكانيكي لنقل الحركة الاهتزازية إلي المعالج الدقيق في منظومة المحاكاة. ولقد استخدمت في هذا البحث طريقة المحاكاة العملية بمساعدة الحاسوب [2,4] في المعمل لدراسة الحركة الاهتزازية لنظام زنبركي معلق رأسيا وتعيين معامل التخميد لهذا النوع من الأنظمة الاهتزازية. حيث يتم في هذه المحاكاة نقل الاهتزازات التي يعملها النظام الزنبركي إلي معالج دقيق لتحويلها إلي قراءات ثنائية يتم قراءتها مباشرة علي الحاسوب، ويمكن أيضا مشاهدة منحنى التخميد ودراسته وكذلك مشاهدة طور الحركة الاهتزازية علي

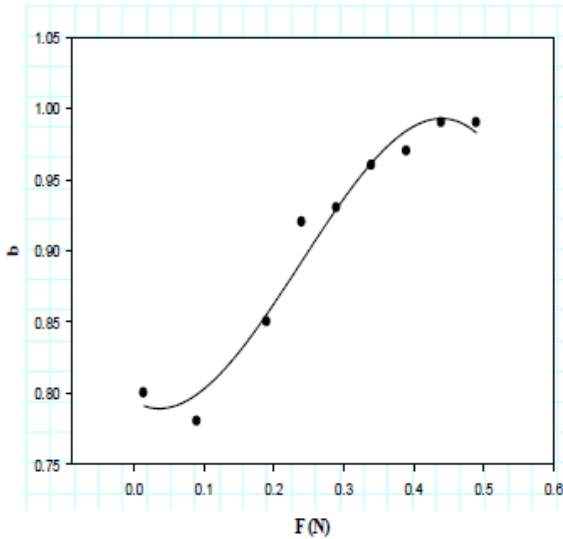
جدول 2 القيم المقاسة عمليا للزنبك الثاني

No.	الكتلة m(gm)	القوة F _g (N)	الزمن الدوري T (Sec)	التردد f(Hz)	معامل التخميد b
1	10	0.09	0.33	3	0.80
2	15	0.014	0.40	2.5	0.86
3	20	0.19	0.46	2.17	0.92
4	25	0.24	0.25	1.2	0.94
5	30	0.29	0.57	1.75	0.95
6	35	0.34	0.61	1.93	0.96
7	40	0.39	0.64	1.56	0.97
8	45	0.44	0.70	1.42	0.97
9	50	0.49	0.73	1.36	0.97



شكل 5 العلاقة بين معامل التخميد والتردد للزنبك الأول

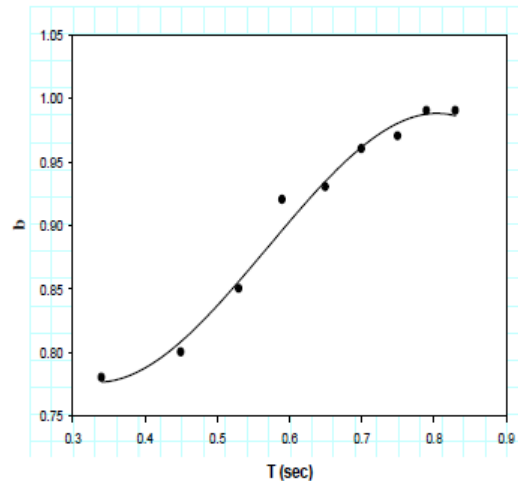
يوضح الشكل (6) العلاقة بين معامل التخميد (b) وقوة الجاذبية المؤثرة علي الزنبك الأول (F_g)، ونلاحظ من هذا الشكل أن هناك علاقة تزايدية؛ فكلما زاد مقدار القوة المؤثرة علي الزنبك الأول ازداد تبعا لذلك معامل التخميد حتى يصل إلي قيمة عظمي، وهذه العلاقة تكون غير خطية. أما الشكل (7) فيوضح العلاقة بين معامل التخميد (b) للاهتزازات العابرة والكتل (m) المعلقة في الزنبك الأول. ونلاحظ من هذا الشكل أن هناك علاقة طردية؛ فكلما زاد مقدار الكتلة المعلقة في الزنبك كلما زاد معامل التخميد، وهذه العلاقة تكون أيضا علاقة غير خطية.



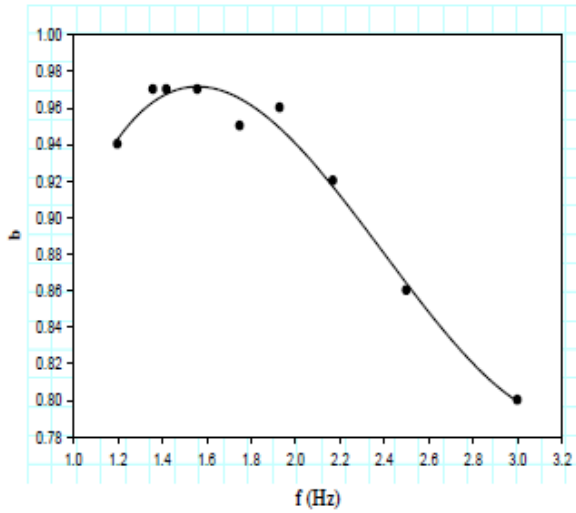
شكل 6 العلاقة بين معامل التخميد والقوة للزنبك الأول

يوضح الشكل (4) العلاقة بين معامل التخميد (b) والزمن الدوري (T) للزنبك الأول، ونلاحظ من هذا الشكل أن هناك علاقة تزايدية؛ فكلما زاد الزمن الدوري ازداد تبعا لذلك معامل التخميد، وهذه العلاقة تكون غير خطية. أما الشكل (5) فيوضح العلاقة بين معامل التخميد (b) والتردد (f) للاهتزازات العابرة الحادثة في النظام الزنبكي الأول. ونلاحظ من هذا الشكل أن هناك علاقة تناقصية؛ فكلما زاد التردد قل معامل التخميد، وهذه العلاقة تكون أيضا علاقة غير خطية.

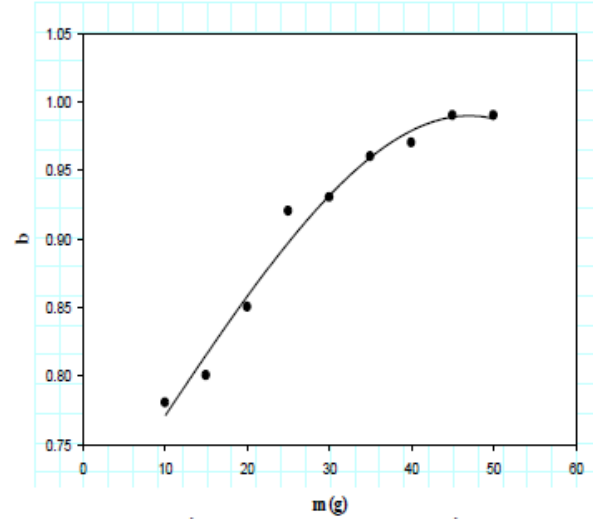
نلاحظ من الشكلين (4) و (5) أن معامل التخميد للنظام الزنبكي الأول، والذي معامل صلابته يساوي 2.80 N/m، كدالة في الزمن الدوري وكذلك التردد للاهتزازات العابرة المخددة في النظام، أن معامل التخميد يبدأ من قيمة صغري وينتهي عند قيمة عظمي. وهذه القيم العظمي والصغري تعتمد علي الشروط الابتدائية للحركة والتي تحدها المعاملات الحقيقية (A_1 و A_2) في المعادلة (10).



شكل 4 العلاقة بين معامل التخميد والزمن الدوري للزنبك الأول



شكل 9 العلاقة بين معامل التخميد والتردد للزبرك الثاني

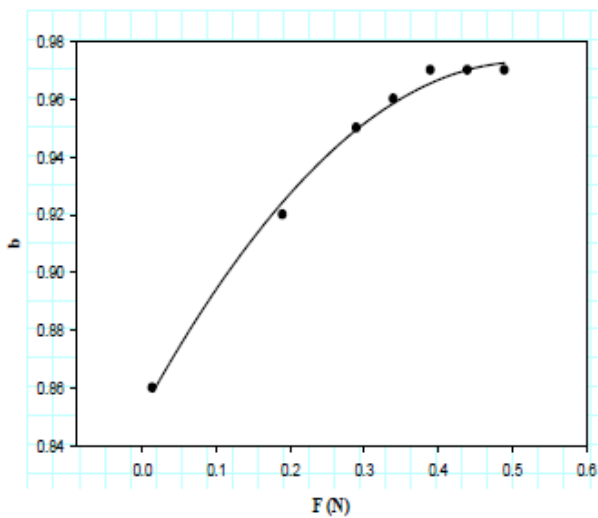


شكل 7 العلاقة بين معامل التخميد والكتلة للزبرك الأول

يوضح الشكل (10) العلاقة بين معامل التخميد (b) وقوة الجاذبية (F_g) المؤثرة علي الزبرك الثاني، ونلاحظ من هذا الشكل أن هناك علاقة تزايدية؛ فكلما زاد مقدار القوة المؤثرة علي الزبرك الثاني ازداد تبعا لذلك معامل التخميد حتى يصل إلي قيمة عظمي. أما الشكل (11) فيوضح العلاقة بين معامل التخميد (b) للاهتزازات العابرة والكتل (m) المعلقة في الزبرك الثاني. ونلاحظ من هذا الشكل أن هناك علاقة طردية؛ فكلما زاد مقدار الكتلة المعلقة في الزبرك كلما زاد معها معامل التخميد للنظام، وهذه العلاقة تكون أيضا علاقة غير خطية.

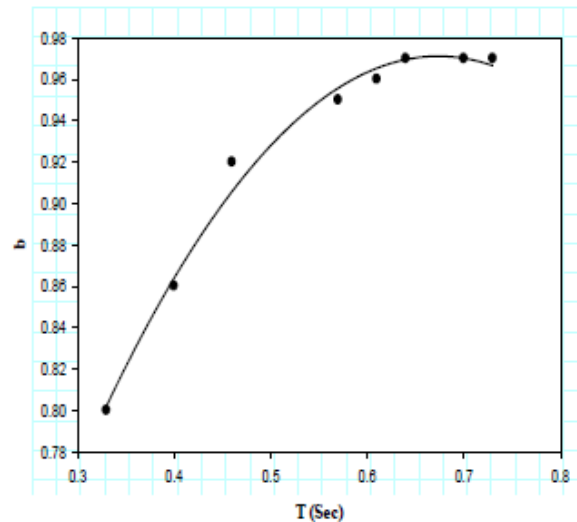
ولقد استخدمت العلاقة (8) لحساب معامل التخميد b

حيث $b = c/2m$ أما ثابت التخميد c فقد تم حسابه باستخدام قانون التناقص اللوغاريتمي [7,2]



شكل 10 العلاقة بين معامل التخميد القوة للزبرك الثاني

يوضح الشكل (8) العلاقة بين معامل التخميد (b) والزمن الدوري (T) للزبرك الثاني، ونلاحظ من هذا الشكل أن هناك علاقة تزايدية؛ فكلما زاد الزمن الدوري للاهتزاز ازداد تبعا لذلك معامل التخميد حتى يصل إلي قيمة عظمي، وهذه العلاقة تكون غير خطية. أما الشكل (9) فيوضح العلاقة بين معامل التخميد (b) والتردد (f) للاهتزازات العابرة الحادثة في النظام الزبركي الثاني. ونلاحظ من هذا الشكل أن هناك علاقة تناقصية؛ فكلما زاد التردد قل تبعا لذلك معامل التخميد، وهذه العلاقة تكون أيضا علاقة غير خطية.

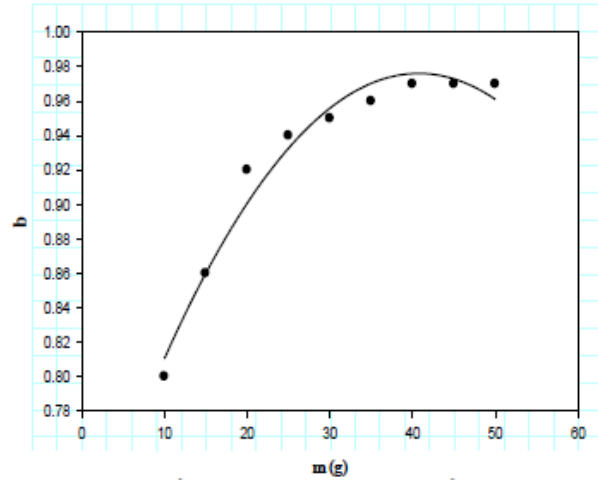


شكل 8 العلاقة بين معامل التخميد والزمن الدوري للزبرك الثاني

حرارية في الوسط المخمد للاهتزاز. وكذلك يعتمد معامل التخميد على كتلة النظام الاهتزازي وفي هذه الحالة يكون هناك علاقة عكسية. ونلاحظ أيضا أنه كلما زاد معامل الصلابة للزنبرك قل زمن الاهتزاز للزنبرك وبالتالي أزداد معدل فقد الطاقة الداخلية في النظام الاهتزازي.

المراجع

- [1]- هشام جبر 1988م. نظرية الاهتزازات والأمواج الميكانيكية، ديوان المطبوعات الجزائرية.
- [2]- Waves, Wiley. Walter Fox Smith, Waves and Oscillations, Oxford University Press, Oxford (2010).
- [3]- Yazdanmanesh A. and Kalantari D. (2015), Investigation of Vibrational Properties of Apple, Lemon and Orange Branches Under Dynamic Loads, International Journal of Engineering and Applied Sciences, 2,1
- [4]- Meirovitch L. (1986), Elements of Vibration analysis, McGraw-Hill, Inc.
- [5]- Waldron R. Waves and Oscillations, Momontum Books, Princeton, N. J. Van Nostrand, (1964).
- [6]- Pain H. J. (2005), The Physics of Vibrations and Waves, Wiley.
- [7]- William T. Thomson; Theory of vibration with applications, Stanley Thormes, publishers, (2003).



شكل 11 العلاقة بين معامل التخميد وكتلة الزنبرك الثاني

إن معدل فقدان الطاقة في الأنظمة الاهتزازية يعتمد بدرجة كبيرة على مقدار التخميد الحاصل في هذه الأنظمة، فمن خلال هذه الدراسة لمعامل التخميد للاهتزازات العابرة الحادثة في الأنظمة الاهتزازية نستنتج ما يلي: أن معامل التخميد للاهتزازات العابرة يعتمد على كل من ثابت التخميد للوسط والذي يعتمد على لزوجة الوسط، فكلما كان الوسط معامل لزوجته كبيراً كلما كان معامل التخميد في النظام كبيراً والذي يؤدي إلى فقدان سريع لطاقة النظام والتي تتحول إلى طاقة